

Contents



Intro

필자 소개

- 공부하는 이유가 무엇인가?
- 재수종합반 X, 삼반수 4개월 만에 3등급-1등급

PART 1 전반적인 공부 방법 소개

9

1. 본인 실력별 수학 공부법

- 노베이스
- 3~4등급
- 2~3등급
- 1~2등급

2. 기간별 로드맵

- 수능까지 1년이 남은 경우
- 수능까지 6개월 미만이 남은 반수생의 경우

PART 2 수 II, 수 I 실전 개념 및 주요 기출 문항 풀이

13

: 어떤 사고 과정을 거쳐서 문제를 풀어야 하는가?

필자가 3등급에서 1등급으로 올리면서 어떻게 수학 문제를 풀었는지, 그 사고 흐름을 익혀보자.

수 II

INTRO

- INTRO 1 개형 추론 BASIC
- INTRO 2 식 설계하기 BASIC
- INTRO 3 함수의 성질을 활용한 도구
- PHASE 1 극한과 미분가능성
- PHASE 2 미분의 활용
- PHASE 3 적분
- 수2 2026학년도 기출 문항

수 I

INTRO

- PHASE 1 거듭제곱근의 개수
- PHASE 2 지수함수와 로그함수의 해석
- PHASE 3 삼각함수 그래프의 활용
- PHASE 3.5 도형을 다루는 Tool
- PHASE 4 사인코사인법칙
- PHASE 5 Named 수열
- PHASE 6 나열
- 수1 2026학년도 기출 문항

PART 3 구체적인 수학 공부법. 현실적인 복습 방법 제시

203

4. N제 활용법

5. 실모 활용법 (가장 중요)

- 실모를 연습하는 최적의 방법
- 실모 피드백 방법 (ft. 골든타임)

6. 오답 노트, 꼭 써야 할까?

- 메모 패드 활용
- 가장 효율적인 복습 루틴 정리

7. 실수에 관한 고찰 및 실수 고치는 방법

- 별짓 다 해봤습니다. 답 이겁니다.

PART 4 구체적인 파이널 루틴과 수능 판 선배의 진심 어린 조언

213

8. 파이널 루틴

- 9월 초부터 시작하세요. 성적이 결정됩니다.

9. 하고 싶은 말

- 만년 3등급 선배의 진심 어린 조언
- ‘돈 쓴 만큼 성적 오르지 않습니다’

10. 파이널 행동 강령

11. 공부법 후기&추천사

부록

수학 공부 문제점 self check kit



Intro

N수생들이라면 공감하겠지만, 수능은 그 '당일의 시험지'가 자신에게 찰한 정도에 따라 많은 것들이 달라진다. 당신의 노력의 양이 크고 작고에 상관없이, 그 날의 시험 문제 스타일에 따라서 결과가 정해진다.

24,25년 수능은 킬러 배제 정책 덕에, 준킬러 문제들로 변별을 이끌어 냈다. 킬러 문제를 아예 못 푸는 학생들은 이런 시험지가 잘 맞아, 본인의 실력만큼 점수를 더 얻을 수 있었다.

반면 26년 수능은 달랐다. 15번까지 평이한 문제가 나왔으며, 21번과 22번이 소위 '킬러'급의 난이도였다. 이런 시험지의 특성상, 원래부터 92~96점 정도의 점수대를 맞는 학생들에게는 유리하고, 84~88점을 맞던 학생들에게는 불리하다.

만년 이삼이었던 학생에게 이러한 시험지 스타일은 분명 불리하다. 중상위권 성적대인 수험생들은 킬러 문제를 맞출 수 없지만 준킬러는 맞출 수 있기 때문에 그들의 실력이 변별되지 못하는 시험지이기 때문이다.

하지만 어쩔 수 없다. 수능이 그렇다. 그러니 이 책을 읽는 독자분들에게 이 말을 꼭 전하고 싶다.

수능판은 '될 수 있을만큼 빨리' 떠나라.

본인이 수능판에 미련이 남는다면 그것은 자신만의 대학 커트라인보다 낮은 대학의 점수대가 나왔기 때문일 것이다. 인정하고 자신만의 다른 능력을 살려 경쟁력을 가지면 된다. 대학이 인생의 전부는 아니다. 수능 공부에 몰입하는 만큼의 노력과 돈을 다른 곳에 쏟는다면 당신은 더 큰 무언가를 얻을 수도 있다.

그러니 수능은 짧고 굵게 준비해서, 최대한 빨리 대학 입시를 만족스럽게 끝내자.

그게 당신의 목표가 되면 좋겠다.

솔직히 말해서 수능만큼 인풋 대비 아웃풋이 운에 달린 시험도 없다. 그 운이 미치지 않을 정도까지 실력을 기르려면, 돈도 시간도 재능도 많이 필요하다.

그리고, '성인이 되기 전의 N년'을 수능 공부에만 쏟는 것은 정말로 낭비이다.

이 점을 '꼭' 명시하고, 수능이 이런 '잔인한' 시험이라는 것을 알고, 모든 경우의 수를 경험해보고 연습하고 수능장에 들어가길 바란다.

다른 과목은 몰라도 수학만큼은 이 책이 당신의 확실한 길잡이가 되어줄 것임을 감히 약속한다. 누구보다 수학이 재능이라고 생각했고, 돈을 쓰면 오른다고 생각했던 내가 정말 많은 시행착오를 통해 얻어낸 '안정적인 1등급을 받을 수 있는' 방법이다. 할 수 있다. 믿고 잘 따라와주면 좋겠다.

* 필자 소개

중학교 때 전교 11등으로 졸업하며 나름대로 공부 잘하는 학생이라는 소리를 들었다. 하지만 고등학교 진학 후 수학만큼은 노력해도 항상 3등급이었다. 모의고사 역시도 가끔 1등급을 맞은 적이 있긴 했지만 평가원 시험 (6, 9, 수능)에서는 항상 3등급이었다.

수학 공부를 안 한 거 아니냐고 할 수 있겠지만 당시는 수학에 시간을 가장 투자했었다. 계속해도 오르지 않는 수학이라는 과목이 너무 싫었고 수학을 인생의 원수로 여겼다. 고액 수학 과외, 비싼 수학회원도 다녔다. 수학회원에 다니며 과외를 병행하기도 했지만, 현역 수능에서는 3등급을 맞았다. (22수능)

* 당시에는 기출 n 회독만을 고집하며 공부했다. 쉽게 풀리지 않는 n제나 실모는 풀다가도 버리기 대수였고 기출 문제집만 3~4번을 돌렸다. 인강 듣는 것도 싫어하는 편이라 뉴런도 거의 듣는 등 마는 등 했다.

재수할 때 기숙 학원에 들어가서 한 달 100시간은 수학 공부를 했다. 뉴런도 소중하게 들었고 N제도 풀었고 오답 노트도 썼고 실모도 열심히 풀었다. 실전 연습도 꾸준히 했다. 9월에 처음으로 맞은 1등급이 너무 소중했다. 하면 된다는 게 그제야 실감 났다. 하지만 수능의 결과는 처참했다. **역시나 3등급**. 수학이라는 벽은 도저히 깰 수 없다는 생각이 들었다. 침잠했다.

기숙 학원에서의 재수 생활이 너무나 힘들었던 나는 그냥 적당한 대학교를 들어갔다 (지방 교대). 동기들도 좋았고 대학 생활도 적당히 재밌었다. 하지만 마음 한구석이 허전했다. 방학 때 자기 계발을 하면서 “아.... 서울 가서 대학 생활하고 싶다. 큰물에서 놀고 싶다.”라는 생각이 강해졌다. 그즈음 자아실현에 관한 책을 많이 읽어서 더 그랬던 것 같다.

모든 게 안정적이었다. 맨날 보는 동기들, 스펙 필요 없는 대학 생활, 매일 같은 지역에 노는 곳도 똑같았다. 이 제껏 달려만 왔던 나 자신이 물었던 것 같다. “이게 네가 원하던 삶이야?” 과외를 하면서 돈도 벌고 있었고 그 돈으로 여행도 다녀오고 서울에 놀러도 갔다. 그럼에도 채워지지 않는 뭔가가 있었다. 그냥 서울로 대학을 가고 싶었다. 인생에 한 번쯤은 서울에서 성장해보고 싶었다. 그런 내 욕망이 강해지자 결국 나는 다시 수능 길로 들어섰다. 그게 **7월 중순**이었다.

현역 때 수능 성적이 23214였고 (국수영생지), 재수 때 성적이 23234였다. 진심으로 충격받았던 것은 등급이 오르지 않았을뿐더러 **내려갔다**는 것이었다. “진심으로 공부를 안 한 거 아니에요?” 아니다. 부모님이 달에 300이 넘는 학원비를 보태주신 게 미안해서라도, 진심으로 열심히 공부했다. 10개월간 아침 6시에 기상해서 밤 12시에 잠들었다. 진심으로 열심히 공부했다. 그런데 성적이 오르지 않아서 내 인생에서 가장 힘들었다. 좌절감이 너무나 심했거든. 그래서 다시는 수능은 보고 싶지 않았다. 시도하지 않으면 상처받을 일은 없을 테니까. **수능**이라는 시험은 결과를 보여주지 않으면 내 노력이 절대로 인정받지 못하는 시험이라서.

구체적인 방법론은 뒤에 자세히 얘기할 것이고 결과만 먼저 말하겠다. 나는 4개월 정도의 반수 끝에 24년도 수능에서 **88점**을 맞았고 **백분위 98 (미적분 기준)**을 달성했다. 성적을 보고 눈물이 났다. 드디어 인생의 벽을 깬구나. 내 인생 이제 시작이지만, 이제 나는 무엇이든 할 수 있을 것 같은 생각이 들었다. 내 상황과 같은 사람들에게 내 경험을 꼭 전수해주고 싶다. 잘 읽어주면 좋겠다. 당신이 만약 수학을 절대 깰 수 없다고 생각하는 사람이라면, 진심으로 깰 수 있다는 것을. 그 증인이 나라는 걸.

▼ 2022학년도 대학수학능력시험 성적증명서

수험번호	성 명		생년월일	성 별	출신고교(반 또는 졸업 연도)		
	김세현						
영 역	한국사	국어	수학	영어	탐구		제2외국어/한문
선택과목		화법과 작문	미적분		생명과학I	지구과학I	-
표준점수			122				
백 분 위			84				
등 급	1		3				-

▼ 2023학년도 대학수학능력시험 성적증명서

수험번호	성 명		생년월일	성 별	출신고교(반 또는 졸업 연도)		
	김세현						
영 역	한국사	국어	수학	영어	탐구		제2외국어/한문
선택과목		화법과 작문	미적분		생명과학I	지구과학I	-
표준점수			124				
백 분 위			85				
등 급	1		3				-

▼ 2024학년도 대학수학능력시험 성적증명서

수험번호	성 명		생년월일	성 별	출신고교(반 또는 졸업 연도)		
	김세현						
영 역	한국사	국어	수학	영어	탐구		제2외국어/한문
선택과목		화법과 작문	미적분		생명과학I	지구과학I	-
표준점수			137				
백 분 위			98				
등 급	1		1				-

당신은 공부를 왜 하는가?

만약 당신이 다시 수능을 보기로 결심한 사람이거나 고3이라면, 공부하는 이유에 대해 재고해보면 좋겠다.

“공부에 이유가 어디 있어요, 그냥 하는데요? 남들이 하니깐요” 아마 대부분은 이런 식의 답을 할 것이고 재수 때까지의 나도 그랬다. 하지만 이런 식의 공부는 몸이 스트레스를 많이 받을 수밖에 없다. **자신이 원해서가 아니니까.** 사람마다 공부를 해도 스트레스를 받는 정도가 다르다는데, 나는 그 스트레스가 많은 편이 아니라고 생각했는데 수학만큼은 정말 심했다. 솔직히 말해서 수학 공부하기 싫었다. 어차피 해도 안 나오는 거 왜 해야 하나 싶었다. 그래도 했다. 삼수 때는 내가 “정말” 하고 싶었거든. 진짜 서울 가고 싶었거든. 당신들도 이런 이유를 하나 가지고, 또는 마음가짐/자극제를 하나 붙여놓고 공부를 “**능동적으로**” 실행하라. 능동적으로 하는 공부는 효율을 가져오고 효율 있는 공부는 시간을 꽉 채워서 쓸 수 있다.

공부하는 이유와 목표를 정했다면 **공부를 하기 위한 준비**를 해야 한다. 지원을 받기 어려운 상황이 아니라면 독학 재수 학원(관리형 독서실)에 다니는 것을 추천한다. 자신이 아무리! 정말 아무리 결심해도 인간은 자신을 통제하기 힘들다. 그리고 인스타그램 따위의 SNS는 비활성화를 타라. 인간의 모든 불행은 비교에서 온다는 말처럼 사람은 비교군이 있을 때 가장 비참해지기 마련이다. 수험 생활을 함께하는 사람들과 있으면 확실히 심리적으로 덜 힘들다. 그렇게라도 몸이 공부라는 행위를 “**당연하게**” 받아들여야 한다.

또한 입시는 **외롭게** 해야 한다. 입시에 변수는 수능 당일의 문제만으로도 족하다. 필자는 현역 때와 재수 때 모두 연애를 했다. “서로 의지가 되니까 좋은 거 아니예요?” 아니다. 모두 수험생이라면 덜하겠지만 한쪽이라도 그 상태가 아니라면 그 관계는 서로에게 독이다. 애초에 수험생활은 외롭게 하는 게 맞다. 그냥 1년 독하게 하고 얼른 입시 판을 떠나라. 어중간하게 즐기는 연애보다는 만족스러운 결과가 인생에 남는다.

진심으로. 수험생일 때의 연애는 아무것도 남지 않는다.

메타 인지에 관해

자신이 약한 부분이 어디인지. 그걸 인지하는 능력이 공부에 있어서 정말 중요하다. 처방하는 것은 그렇게 어렵지 않다. 문제 풀이 능력이 약하면 N제로 실력을 기르면 되고, 실전 운용이 약하면 실전 운용을 계속 연습하면 된다. 정말 '될 때까지' 하면 된다. 구체적인 전략은 뒤에서 서술하겠지만, 거듭해서 **자신을 객관적으로** 판단해야 한다. 정말 객관적으로, 자신이 어느 정도 능력인지를 객관적으로 인지하고 인정해라. **능력 이상의 목표를 갖는 것만큼 비참하고 힘든 일이 없다. 그냥 인정하고 노력하면 편해진다.**

행복 회로를 돌리지 마라. 나는 망상이 심한 편이라 그런지 재수할 때 행복 회로를 심하게 돌린 적이 많았다. 문제를 풀면서 “어 이거 92점 같은데” “아 나 의대 갈 수 있을 것 같은데” 이런 생각을 한 게 한두 번이 아니다. **그냥 결과가 나올 때까지는 아무 생각도 하지 말고 공부에만 몰입하라.** 본인 실력대로만 나온다고 생각하고 그냥 들뜨지 말고 묵묵하게 하루 전날까지 하던 걸 하라. 그렇게만 한다면 수능에서 “딱 본인 실력만큼” 맞을 수 있을 것이다. 수능에서는 현장감과 변수들 때문에 본인 실력마저도 발휘하지 못하는 사람들이 대부분이다. 찍어서 맞을 수 있지 않겠냐는 요행을 바라지 말고, **그냥 딱 본인 실력만큼 보고 오는 것을 목표로 삼아라.** 가능성에 갇혀있는 것만큼 불안한 상태가 없다. 그 불안함 속에서 믿을 것은 오직 자기 자신의 노력뿐이다. 노력은 배신하지 않는다? 아니다. **“어중간한 노력”은 본인을 배신하기도 한다. 또는 잘못된 방향의 노력도 배신한다.** 지금부터 할 얘기는 필자가 어중간한 노력을 한 결과가 처참했었고, 결국 찾아낸 올바른 방향의 노력과 자세가 무엇인지에 관한 얘기이다. 당신들도 이렇게만 한다면 1등급을 맞을 수 있을 거라 자부한다. (참고로 필자는 이런 확실한 발화를 좋아하지 않는다. 상술 같거든. 근데 이건 진심이다. 내가 직접 경험해봤으니 자신할 수 있다.)

공부를 “어중간하게” 할 거면 수능 판에 들어오지 말고 그냥 다양한 경험을 쌓으면서 돈을 벌어라. 솔직히 수능에서 결과가 나오지 않는다면 그 시간에 인맥을 쌓고 돈을 버는 게 훨씬 낫다. 그만큼 간절하고 **자신이 정말 하고 싶다는** 생각이 든 사람만 수능 공부를 시작하라. 여기까지가 수능 공부에 대한 서론이고, 진심으로 공부할 준비가 된 사람들이 다음 장을 읽길 바란다.

01

본인 실력별 수학 공부법

* 공부법의 기준은 지방에서 수험생활을 지내는 학생의 기준이다.

I 노베이스 (5~6등급)

자신이 아~무런 개념이 없는 노베이스라면, 그리고 지금 이 글을 읽는 게 겨울방학 정도라면, 겨울방학 안에 무조건 기본 개념 강의를 끝내라. 현우X T의 개념인강을 추천하고 하루에 1~2강씩 “경청하며” 들어라. 개념 강의를 듣고 부교재로 적용해 보면서 그 개념을 익혔으면 좋겠다. 겨울방학 안에 기출을 끝냈고 수능이 10개월 이상 남았다면, 6월까지 실전 개념과 기출을 병행해라. 기출 강의는 아무거나 상관없다. 자신이 좋아하는 인강 선생님의 이름을 골라서 들어도 좋다. 적어도 9월 평가원 시험 전까지 기출 2회독을 하는 것을 목표로 하자. 당신들은 9월까지 실전 개념과 기출 마스터를 목표로 하고 N제나 실모는 이후에 집중하자. 다만 인강의 특성상 현장감이 떨어지기 때문에 집중이 잘 안 될 수 있다. 따라서 의지가 약한 학생이라면 독서실 같은 환경에서 듣거나 핸드폰을 강제로 압수하는 곳에서 들어라. 그게 아니라면 인강을 듣는 의미가 반감된다.

II 개념은 어느 정도 되었는데 실전 개념이 없는 학생 (3~4등급)

개념이 어느 정도 된 학생들(시발점이나 내신 수준의 개념인 학생)에겐 “실전 개념”이 필요하다. 실전 개념이란 대단한 것은 아니다. 문제의 발문을 읽고 풀이 방향성을 떠올릴 수 있게 하는 도구이다. 예를 들어 등차수열을 생각하면 직선이 생각나고 삼차함수의 비율 관계와 넓이 공식 등등 발상의 허들을 낮추는 용도라고 볼 수 있겠다. 실제 시험장에 가면 정확도도 중요하지만, 생각보다 속도가 상당히 큰 역할을 한다. 속도가 떨어지면 시간 때문에 시험에서 말려서, 그 뒤의 문제에 대해 정확성을 발휘하지 못한다는 경우를 경험해본 사람들은 알 것이다. 따라서 문제 상황에 맞는 행동강령을 정립하는 것이 굉장히 중요하다. 솔직히 몇 초 만에 떠올라야 그 시험장에서 자신이 확신을 가지고 쓸 수 있다고 생각한다.

“실전 개념이 중요한 건 알겠는데 어떻게 쌓는대요?”

필자는 사실 인강 듣는 것을 그렇게 좋아하지 않는다. 집중이 잘 안 돼서 싫어한다. 그래서 현역 때는 실전개념 인강을 그냥 듣지 않았다. 아는 내용 같은데 들어봤자 뭐 하나 싫어서 그랬다.

거두절미하고 그냥 실전개념 인강은 들어라. 재수 때 열심히 집중해서 들었는데 확실히 문제 푸는 속도도 빨라지고 그 선생님의 직관과 푸는 습관을 내가 익히는 데 많은 도움이 되었다. 그냥 실전개념 인강은 들어라.

다만 주의하고 싶은 것은 “모든 문제를 누구누구처럼 풀어야지”라는 생각은 피하라는 것이다. 한 문제에 딱 맞는 예쁘고 화려한 풀이법을 가져온 선생님을 보고, 그 풀이를 다른 문제에 적용해 보면 안 되었던 경험이 한 번쯤은 있었을 것이다. 해당 문항에서 왜 그러한 풀이가 적용 가능했는지 이해를 하는 것이 우선시 되어야 한다. 수학에서는 요행을 바라면 안 된다. 모든 문항에 스킬을 적용하려고 하지 말아라. 우선 떠오르는 방향성이 있다면 그대로 푸는 거다. 내 경험상 스킬이 왜 적용되는지 정확히 이해하지 못하면 수능장에서도 적용하지 못할 확률이 매우 높다. 그러니 스킬을 적용하지 못하겠다면 묵묵하게 개념에 집중해서 “어쨌든 내가 풀 수 있는 문제다”라고 차분히 푸는 게 훨씬 낫다.

III 실전 개념도 알고 어느 정도 공부도 하는데도 항상 2~3등급인 학생

이 학생들에게 제일 하고 싶은 말이 많다. 답답할 것이다. “왜 대체 수학이 안 오르지? 진짜 난 여기까지가 끝인가?” 나 또한 그렇게 생각했는데 아니다. 내 말을 듣고 실천했으면 좋겠다.

냉정하게 말해서 **수학 공부를 덜 해서 성적이 안 나오는 것이다**. “아닌데요? 저 수학 진짜 많이 하는데요??” 다시 한번 생각해봐라. 공부를 가장한 노동을 하고 있지는 않은지, 사고의 고통에 마비되어서 절대적인 공부량을 착각하고 있지는 않은지.

본인이 실전 개념 인강도 다 마스터했고, 최근 3개년 기출 문제를 막힘없이 풀 수 있는 정도가 되었다면, **시중에 있는 유명한 N제를 많이 풀어라**. 필자는 반수였기 때문에 많은 문제를 풀진 않았지만 그래도 하루에 수학 공부를 5시간은 했었다. 그리고 강의는 모르는 문제와 시간이 오래 걸리는 문제(8분 이상) 꼭 들어라. (여기서 모르는 문제란 발문을 읽고 풀이 방향이 1,2분내에 떠오르지 않는 경우를 말한다.) 강의를 없는 경우 답지를 참고하자. 여기서 자신의 풀이와 다른 점이 무엇인지 찾아보고 내가 떠올리지 못한 발상 따위를 익히고 머리가 깨져 보는 경험을 해라. 그냥 계속 머리를 깨라. 정말 힘든 거 안다.

“왜 공부를 해도 해도 계속 모르는 게 나오고 계속 틀리지? 언제까지 해야 하는 거지?” 안다. 아는데 그냥 해라. 그게 다 당신의 실력이 오르는 순간이다.

쉬운 문제를 풀지 말아라. 어려운 문제를 풀어라. 너무 특수한 상황만 짚으면 답이 나오는 문제보다는 사고력을 요구하는 문제를 풀어라. 당연히 어려운 문제를 풀면 막힐 것이고 짜증도 날 것이다. 그 순간을 견뎌야 한다.

IV 1~2 등급이 흔들리는 학생

이 학생들은 실전 운용이 부족할 가능성이 높다. 뒤의 실모 운영법을 토대로 실전 운용 연습을 많이 하도록 하자. 흔들리지 말고 이 책의 내용을 쫓아가다 보면 방향이 잘 잡힐 것이다. 믿고 따라와줬으면 한다.

‘어쩌다 나온’ 1등급에 자신의 실력을 높여서 인지하는 것은 피하자. ‘안정적 1등급’이 나올 때까지 묵묵하게 연습하자.

cf 수능특강, 수능완성 풀어야 하나요?

Yes. 수능특강은 step 2~3, 수능완성의 뒤에 있는 “실전 모의고사”에서 연계 체감을 느낄 수 있었다.

다항함수의 개형은 다항식의 인수 정보를 바탕으로 그리거나 도함수를 통해 그려낼 수 있다.

근데...함수의 개형을 왜 파악해야 할까?

함수가 대충 어떻게 생겨 먹었는지 알아야 이 함수가 x 축과는 어디서 만나는지, 다른 함수와 접하긴 하는 건지 $y = t$ 라는 직선과 만나는 점의 개수가 몇 개이고 그을 수 있는 접선의 개수 변화가 어떤 지점에서 생기는지와 같은 상황들을 해석할 수 있기 때문이다.

즉 위치 관계를 물어볼 때 식으로만 바라보는 것보다 시각적으로 확인할 수 있어 효율적이기 때문이다.

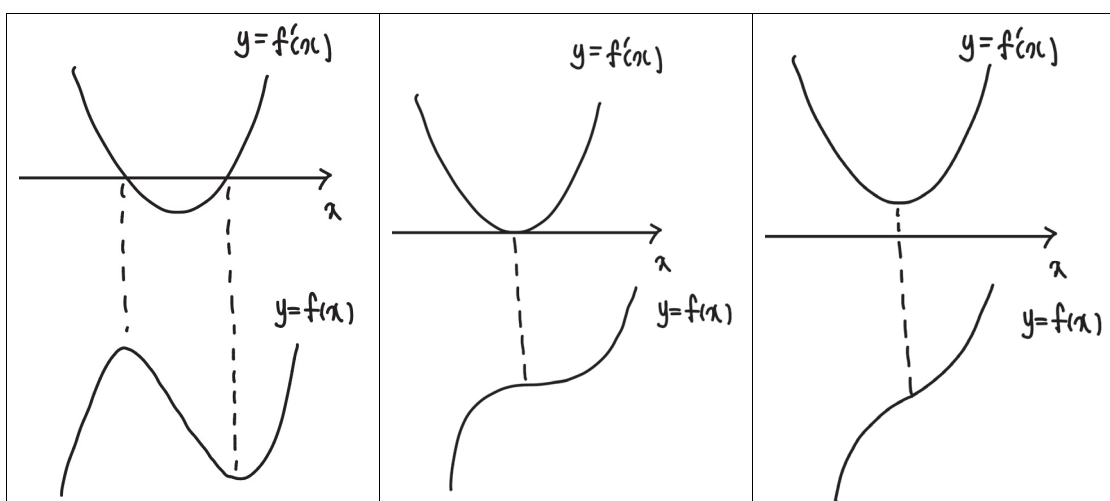
함수를 미분하여 도함수 식을 구한 후 도함수의 부호를 check 하자.

도함수의 부호가 양(+)의 값일 때는 함수가 증가, 음(-)일 때는 함수가 감소한다는 사실을 통해 개형을 추론하자.

1. 도함수를 이용한 개형 파악

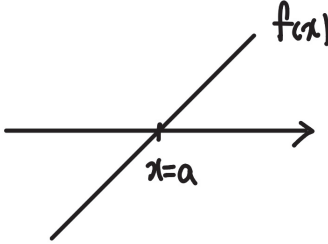
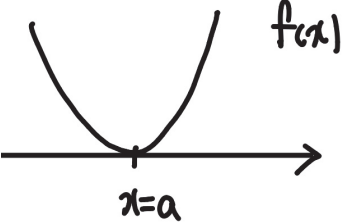
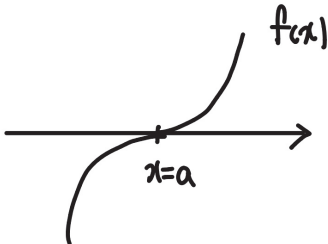
함수 $f(x)$ 의 기울기는 곧 도함수 $f'(x)$ 의 함수값이다. 따라서 $f'(x)$ 의 부호를 통해 함수 $f(x)$ 의 증감을 결정하고 극값의 위치를 알아낼 수 있다.

아래는 삼차함수 $f(x)$ 의 개형을 이차함수 $f'(x)$ 를 통해 파악하는 과정이다.



2. 다항식의 인수 정보를 이용한 개형 파악

문제에서 인수 정보가 제시되어 함수 $f(x)$ 에 대해 $f(x) = k(x-a)^n(x-b)^m(x-c)^l \dots$ 으로 쓸 수 있는 경우 인수의 중복도에 따라 개형이 달라진다는 사실을 이용하여 개형을 추론할 수 있다.

n이 1인 경우	n이 짝수인 경우	n이 1이 아닌 홀수인 경우
$x = a$ 에서 $f(x)$ 는 x 축을 뚫고 지나간다	$x = a$ 에서 $f(x)$ 는 x 축과 접하면서 뚫고 지나가지 않는다.	$x = a$ 에서 $f(x)$ 는 x 축과 접하면서 뚫고 지나간다.
		

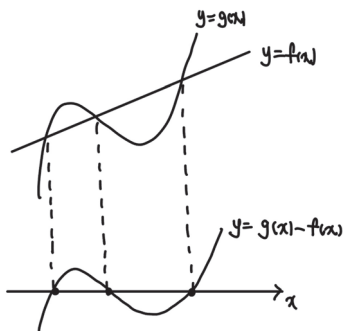
이 내용은 이후 함수의 부호 변화 조건이 제시되었을 때 인수를 결정할 때 재등장한다.

두 다항함수 $f(x)$ 와 $g(x)$ 그래프의 교점·접점 정보가 제시된 경우 두 함수를 뺀 차의 함수를 그려봤을 때 교점·접점에서 인수를 가진다는 사실을 쉽게 알 수 있다.

두 다항함수 $f(x)$ 와 $g(x)$ 가 만나는 서로 다른 점의 개수

$\Leftrightarrow$ 차의 함수 $h(x) = f(x) - g(x)$ 의 서로 다른 인수의 개수

ex) $y = f(x)$ 와 $y = g(x)$



이제부터 우리는 아래 두 조건을 마주하게 된다면 아래와 같이 해석할 수 있어야 한다.

$f(x)$ 와 $g(x)$ 가 $x = a$ 에서 만난다. $\Leftrightarrow h(x) = f(x) - g(x) = (x-a)P(x)$

$f(x)$ 와 $g(x)$ 가 $x = a$ 에서 접한다. $\Leftrightarrow h(x) = f(x) - g(x) = (x-a)^2Q(x)$

수2 문제를 풀다 보면 어떤 함수에 대한 정보를 주고 이를 해석하여 함수값을 구해내야 하는 형태를 무수히 많이 접해보았을 것이다. 이번에는 최소한의 계산으로 주어진 조건을 만족시키는 다항함수를 구하는 방법들에 대해 다룰 것이다.

일반적으로 우리는 삼차함수 식을 세울 때 아래와 같이 각 항의 계수가 미지수인, 즉 4개의 미지수를 포함하여 쓴다.

$$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d \quad (\text{단, } a \neq 0)$$

조건을 해석한 후, 4개의 미지수에 대한 연립방정식을 세워 방정식을 풀면 삼차함수를 구할 수 있다. 그러나 이러한 방법으로 구하기에는 너무나 많은 계산이 필요하다.

그렇다면, 수2의 다항함수 문제를 풀기 위해서는 매번 계산을 해야만 할까?

그렇지 않다.

다항함수를 적절히 변형하여 복잡한 연립방정식을 세우지 않고도 함수를 구할 수 있기 때문이다.

1. 인수 정리를 이용한 식 세우기

인수 결정에 활용되는 다항식의 중요한 성질 중 하나는 바로 인수분해가 된다는 것이다.

우리는 이 성질을 활용하여 다항함수의 식 setting과 그래프 해석을 하게 될 것이다.

우선 인수정리에 대해 알아야 한다. 다항식 $f(x) = 0$ 에 대해 $x = a$ 가 근이라면, 즉 $f(a) = 0$ 이면 인수정리에 의해 $f(x) = (x - a)g(x)$ 인 다항식 $g(x)$ 가 존재한다. 이때 $g(x) = 0$ 역시 $x = a$ 를 근으로 가질 수도 있고, 가지지 않을 수도 있다.

이처럼 인수정리를 반복적으로 적용하여 중복도(값을 0으로 만드는 인수라는 의미에서 0인자로도 부른다)를 정의할 수 있다.

$f(x) = 0$ 의 근 $x = a$ 에 대해 $f(x) = (x - a)^k g(x)$ 꼴로 쓸 수 있고 $g(a) \neq 0$ 인 경우 $x = a$ 는 중복도가 k 인 근이라고 한다.

우리는 이제부터 이를 이용하여 아래와 같이 해석한다.

인수정리

$$f(a) = 0 \Leftrightarrow f(x) = (x - a)P_1(x)$$

$$f(a) = 0, f'(a) = 0 \Leftrightarrow f(x) = (x - a)^2 P_2(x)$$

이처럼 인수정리를 활용하면 다항함수가 어떤 인수를 가지고 있는지 알 수 있다.

함수 $f(x) = (x-1)(x-2)$ 와 최고차항 계수가 1인 사차함수 $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

모든 실수 a 에 대하여

$\lim_{x \rightarrow a} \frac{g(x) \times |f(x)|}{f(x)}$ 의 값과 $\lim_{x \rightarrow a} \frac{|g(x) - f(x)|}{g(x)}$ 의 값이 모두 존재한다.

먼저, $\lim_{x \rightarrow a} \frac{g(x) \times |f(x)|}{f(x)}$ 를 살펴보자. $f(x) > 0$ 이면 해당 극한값은 $g(x)$, $f(x) < 0$ 이면 $-g(x)$ 이다.

즉 $x = 1, x = 2$ 에서 값이 $g(x)$ 과 $-g(x)$ 로 점프하는 불연속 함수이다. 모든 실수에서 극한값이 존재하려면, $a = 1, 2$ 에서 곱해지는 함수 $g(x)$ 의 값이 0이 되어야 한다. 따라서 $g(1) = 0, g(2) = 0$ 이다.

$g(x) = (x-1)(x-2)Q(x)$ ($Q(x)$ 는 최고차항 계수가 1인 이차식이다)

$\lim_{x \rightarrow a} \frac{|g(x) - f(x)|}{g(x)}$ 에서

$g(x) - f(x) = (x-1)(x-2)Q(x) - (x-1)(x-2) = (x-1)(x-2)\{Q(x) - 1\}$ 으로 쓰면

$\frac{|g(x) - f(x)|}{g(x)} = \left(\frac{|(x-1)(x-2)|}{(x-1)(x-2)} \right) \times \frac{|Q(x) - 1|}{Q(x)}$ 이다.

앞의 분수 함수는 $x = 1, 2$ 에서 불연속이므로, 뒤의 분수함수가 $x = 1, 2$ 에서 0이 되어야 한다.

$Q(1) = 1, Q(2) = 1$ 이다.

또한 $g(x)$ 는 1, 2 외의 실근을 가지면 안된다. (0인자의 개수가 분자보다 커지므로)

$Q(x) = x^2 + ax + b$ 에서 $Q(1) = 1, Q(2) = 1$ 를 이용하면 $Q(x) = x^2 - 3x + 3$ 이다.

판별식 $D < 0$ 이므로 실근 조건도 만족한다.

$g(x) = (x-1)(x-2)(x^2 - 3x + 3)$ 이므로 $g(-1) = 42$ 이다.