$\int_{\alpha}^{\omega}$ 기본수학 dx

수학의 시작과 끝

Designer's explanation of work

Math의 M, Master의 M, Mentor의 M과
Mentee의 M을 가져와 로고의 형태를 잡았다.
수학의 바다에 허우적거리고 있는 Mentee에게
하늘에서 Mentor의 손이 내려와 구원해준다는
스토리텔링을 담고 있다.

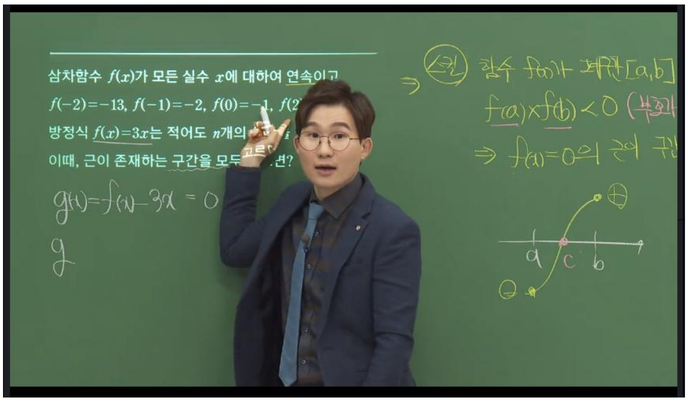
❋수학의 단권화 공부법❋

[1] 인강으로 공부하기 (https://class.orbi.kr/)

▼ 「손글씨 빈칸책」

＋

▼ 오르비 인강



끝

[2] 독학으로 공부하기

(Step1) 「손글씨 답지책」을 활용하여 「손글씨 빈칸책」을 내손으로 단권화 개념 노트 만들기

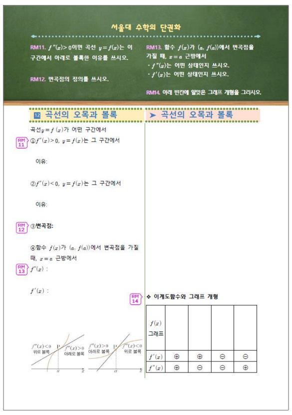
『수학의 단권화』는 **「손글씨 빈칸책」**과 **「손글씨 답지책」**이 있어.

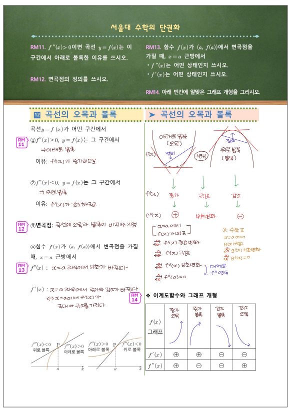
▼ **「손글씨 빈칸책」** ▼ **「손글씨 답지책」**

「손글씨 빈칸책」에서는 필기가 **빈칸**으로 되어 있고
「손글씨 답지책」는 필기가 **예쁜 손 글씨**로 채워져 있어.

「손글씨 답지책」에 채워진 필기를 보고 **개념을 머릿속에 정리**하면서,
「손글씨 빈칸책」에 **내 손으로 직접 필기**를 따라 채우는 거야.
그럼 **「손글씨 빈칸책」이 나만의 단권화 개념노트**를 만들어져.

▼ **필기 전** ▼ **필기 후**





단순히 글자만 따라 쓰면 진정한 단권화 학습이 이루어지지 않아.
내용을 이해하고 음미하면서, **개념의 흐름을 머릿속에 담는다**는 느낌으로
그렇게 **내 손으로 직접 쓰면서 개념을 정리**하면
내 머릿속에 개념이 완벽히 정립되지.

(Step2) 개념 복습하기

교재 뒤쪽에 복습 프로그램인 <3초 개념Remind>가 있어.

<3초 개념Remind>에 앞에서 정리한 개념을 물어보는 질문지가 있어.

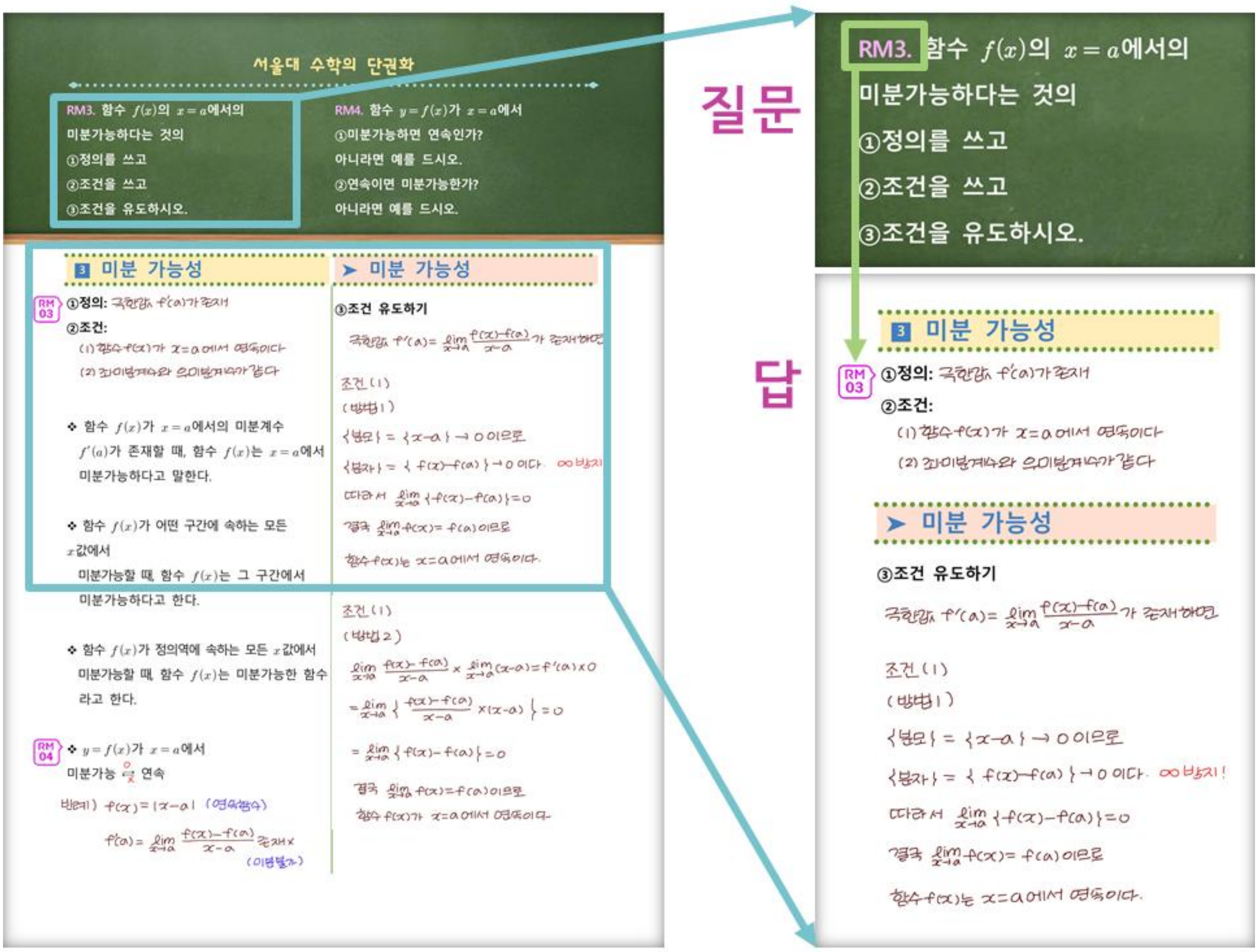
Question □몰름X □아리송? □완성!

RM3. 함수 $f(x)$의 $x=a$에서의
미분가능하다는 것의
①정의를 쓰고
②조건을 쓰고
③조건을 유도하시오.

① 그 질문에 대한 답을 한번 써보자.

② 잘 모르겠는 것의 답을 앞에서 정리한 개념 노트에서 찾아보자.

(개념 노트 위쪽 칠판 영역에 같은 질문이 있어)



③ 나의 개념 이해도를 ☑체크해보자! □모름X □아리송? □완성!

Question ☑모름X □아리송? □완성!

RM3. 함수 $f(x)$의 $x=a$에서의
미분가능하다는 것의
①정의를 쓰고
②조건을 쓰고
③조건을 유도하시오.

④ ☑모름X ➟ ☑아리송? ➟ ☑완성! 될 때까지 복습하자!

Question ☑모름X ☑아리송? ☑완성!

RM3. 함수 $f(x)$의 $x=a$에서의
미분가능하다는 것의
①정의를 쓰고
②조건을 쓰고
③조건을 유도하시오.

Q.이렇게 하면 무슨 효과가 있나요?

개념에 대한 감각이 극도로 향상되어

실전에서 **개념 따로 문풀 따로** 노는 것이 아니라

개념이 문제에 적용되는 확실한 **실전 체감**이 이루어져!

개념은 **총체적인 논리체계**야.

수능 수학을 시작부터 끝까지 모두 유도할 수 있게 되면

여러 단계의 논리를 소화할 수 있는

근본적인 수학적 사고력이 향상되어

아무리 **복잡한 킬러문제의 논리**도 **가볍게 돌파**할 수 있게 돼!

{ 이 책의 구성과 특징 }

서울대 가는
완벽 개념학습!

교과서 학습 목표

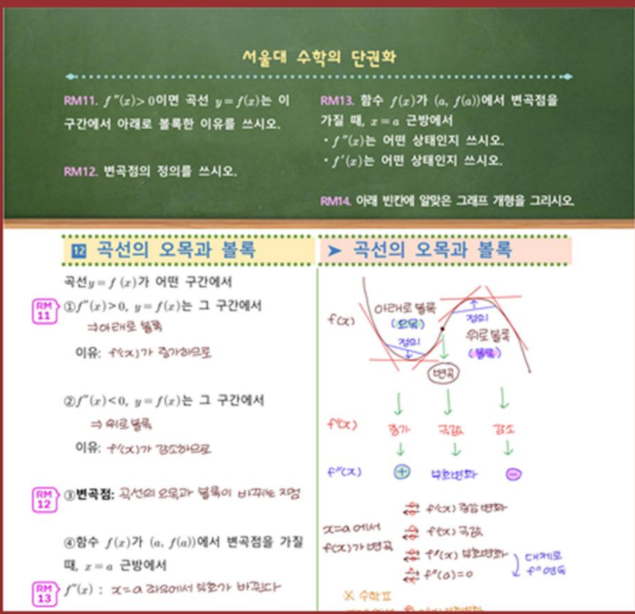
• 2.미분법 •

- ☐ 미분계수의 뜻을 알고, 그 값을 구할 수 있다.
- ☐ 미분계수의 기하학적 의미를 안다.
- ☐ 미분가능성과 연속성의 관계를 이해한다.
- ☐ 함수 $y=x^n$(n은 양의 정수)의 도함수를 구할 수 있다.

Step Ⅰ. 9종 교과서 총망라!

"9종 교과서 단권화
= 수능 출제자 의도"

수능 출제자들은 개념을 심도 있게 질문한다. 그 것이 바로 수능형 수학 개념! 단순한 개념학습으로는 수능을 정복할 수 없기에 서울대 수학의 단권화가 탄생했다.
그냥 개념 No! 수능형 개념 Yes! ☺
완벽한 수능 개념을 탑재하는 바르고 빠른 길



서울대 수학의 단권화

RM11. $f''(x)>0$이면 곡선 $y=f(x)$는 이 구간에서 아래로 볼록한 이유를 쓰시오.

RM12. 변곡점의 정의를 쓰시오.

RM13. 함수 $f(x)$가 $(a, f(a))$에서 변곡점을 가질 때, $x=a$ 근방에서
- $f''(x)$는 어떤 상태인지 쓰시오.
- $f'(x)$는 어떤 상태인지 쓰시오.

RM14. 아래 빈칸에 알맞은 그래프 개형을 그리시오.

12 곡선의 오목과 볼록

곡선 $y=f(x)$가 어떤 구간에서

RM 11 ① $f''(x)>0$, $y=f(x)$는 그 구간에서
⇒ 아래로 볼록
이유: $f'(x)$가 증가하므로

② $f''(x)<0$, $y=f(x)$는 그 구간에서
⇒ 위로 볼록
이유: $f'(x)$가 감소하므로

RM 12 ③ **변곡점:** 곡선의 오목과 볼록이 바뀌는 지점

④ 함수 $f(x)$가 $(a, f(a))$에서 변곡점을 가질 때, $x=a$ 근방에서

RM 13 $f''(x)$: $x=a$ 좌우에서 부호가 바뀐다

➤ 곡선의 오목과 볼록

Step Ⅱ. 칠판이 내 책속에!

수능에 필요한 모든 개념을 압축!
수능 수학을 머릿속에 각인하는 최적의 학습법!

Step Ⅲ. 내가 직접 만드는 단권화!

❖ 평가원 수능 개념 해석법
+저석쌤의 수능 최적화 실전 개념
+9종 교과서의 모든 개념을
내 손으로 단권화 한다! 내 머릿속에 저장!
수능 장까지 갖고 갈 너의 최애 개념서! 📖

Question ☐ 몰름X ☐ 아리송? ☐ 완성!

RM3. 함수 $f(x)$의 $x=a$에서의 미분가능하다는 것의
①정의를 쓰고
②조건을 쓰고
③조건을 유도하시오.

Step Ⅳ. 3초 개념Remind

빠트린 개념이 있을까봐 걱정돼?
걱정하지마! 3초 개념Remind로
수능에 필요한 모든 공식과 개념을
단 하나도 빠짐없이 수능형 질문으로 점검한다.
이것이 바로
서울대 가는 수능 개념+수리 논술 대비법

{ Special Contents }

날짜	수학Ⅰ	
1일	1강	지수함수와 로그함수 (1)
	2강	지수함수와 로그함수 (2)
	3강	삼각함수 (1)
2일	4강	삼각함수 (2)
	5강	수열
	수학Ⅱ	
	6강	함수의 극한
3일	7강	미분법 (1)
	8강	미분법 (2)
	9강	적분법 (1)

Contents Ⅰ. 단권화 7일 플랜

강의를 언제 수강해야 할지 모르겠다고?

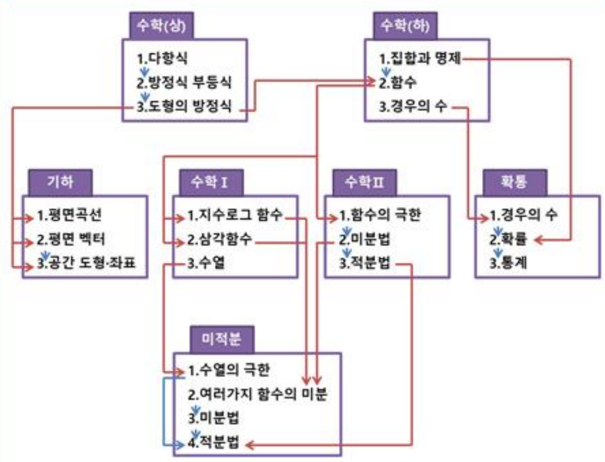
걱정하지마! 지석쌤이 직접

강의 수강 플랜까지 전부 다 만들었다!

네가 수능 날 100점 받도록

쌤이 다 떠먹여 줄게. ✌

너는 그대로 공부만 하면 돼!



Contents Ⅱ.

지석쌤의 고등 수학 개념 MAP

간접 범위 내용을 몰라서 불안하니?

직접 범위 내용이 어렵니?

걱정하지마! 수학의 Structure를

한 눈에 확인 할 수 있단다.

단원 혼합 수능형 문제도 철저하게 대비되는

지석쌤 만의 수능 수학 개념 학습법.

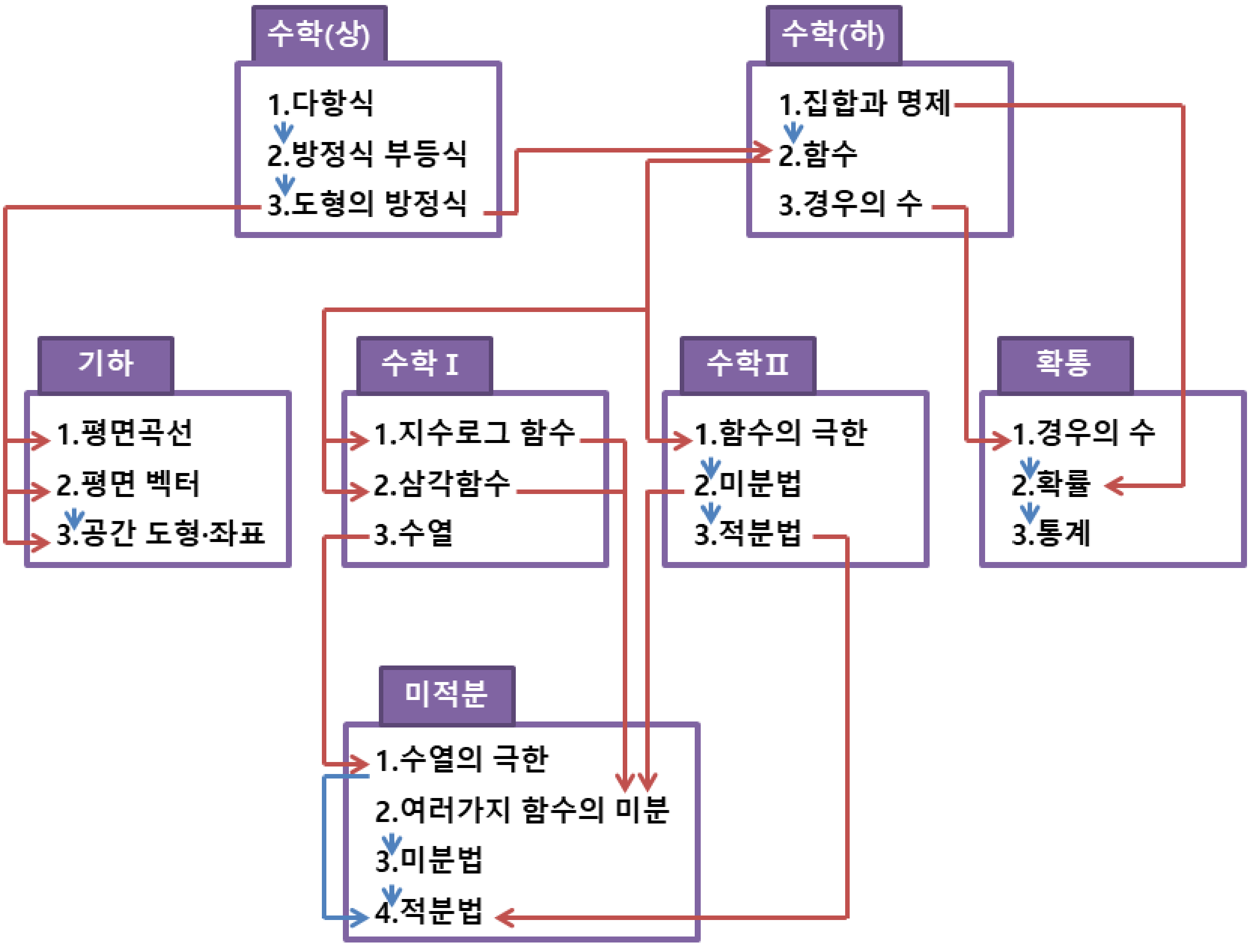
얘들아 걱정하지마!

지석이형이 있잖아!

지석쌤과 보람찬 수학의 단권화 7일

날짜		수학 Ⅰ	☑ 수강 날짜
1일	1강	지수함수와 로그함수 (1)	□
	2강	지수함수와 로그함수 (2)	□
	3강	삼각함수 (1)	□
2일	4강	삼각함수 (2)	□
	5강	수열	□
		수학Ⅱ	
	6강	함수의 극한	□
3일	7강	미분법 (1)	□
	8강	미분법 (2)	□
	9강	적분법 (1)	□
4일	10강	적분법 (2)	□
		미적분	
	11강	수열의 극한	□
	12강	여러 가지 함수의 미분	□
5일	13강	여러 가지 미분법 (1)	□
	14강	여러 가지 미분법 (2)	□
	15강	여러 가지 적분법 (1)	□
6일	16강	여러 가지 적분법 (2)	□
		확률과 통계	
	17강	경우의 수 (1)	□
	18강	경우의 수 (2)	□
7일	19강	확률	□
	20강	통계 (1)	□
	21강	통계 (2)	□

지석쌤의 고등수학 개념 MAP



개념 MAP 활용법

<수학의 단권화> 뒷부분 단원을 공부하다가

이해가 잘 안 가는 부분이 있다면, 앞부분 내용 중에 빵꾸난 것이 있어서야.

공부하고 있던 단원을 이해하는데 필요한 앞 단원을 찾아보고 싶을 때

이 개념MAP을 통해 찾을 수 있어!

Contents

❋ 수학Ⅱ ❋

교과서 학습 목표

• 1.함수의 극한 •

□ 함수의 극한의 뜻을 안다.

□ 함수의 극한에 대한 성질을 이해하고,
여러 가지 함수의 극한값을 구할 수 있다.

□ 함수의 연속의 뜻을 안다.

□ 연속함수의 성질을 이해하고,
이를 활용할 수 있다.

• 2.미분법 •

□ 미분계수의 뜻을 알고, 그 값을 구할 수 있다.

□ 미분계수의 기하학적 의미를 안다.

□ 미분가능성과 연속성의 관계를 이해한다.

□ 함수 $y=x^n$(n은 양의 정수)의
도함수를 구할 수 있다.

□ 함수의 실수배, 합, 차, 곱의 미분법을 알고,
다항함수의 도함수를 구할수 있다.

□ 접선의 방정식을 구할 수 있다.

□ 함수에 대한 평균값 정리를 이해한다.

□ 함수의 증가와 감소, 극대와 극소를
판정하고 설명할 수 있다.

□ 함수의 그래프의 개형을 그릴 수 있다.

□ 방정식과 부등식에 활용할 수 있다.

□ 속도와 가속도에 대한 문제에 활용할 수 있다.

• 3.적분법 •

□ 부정적분의 뜻을 안다.

□ 함수의 실수배 합, 차의 부정적분을 알고,
다항함수의 부정적분을 구할 수 있다.

□ 정적분의 뜻을 안다.

□ 부정적분과 정적분의 관계를 이해하고,
이를 이용하여 정적분을 구할 수 있다.

□ 곡선으로 둘러싸인 도형의 넓이를 구할 수 있다.

□ 정적분을 활용하여
속도와 거리에 대한 문제를 해결할 수 있다.

서울대 수학의 단권화

{ 수학Ⅱ - Ⅱ.미분법 개념 Remind }

RM1. 함수 $y=f(x)$에서 x의 값이 a에서 b까지 변할 때 평균변화율을 구하시오.

❖ 미리 알아야 할 단원
⇨ 수학2 – 1.함수의 극한

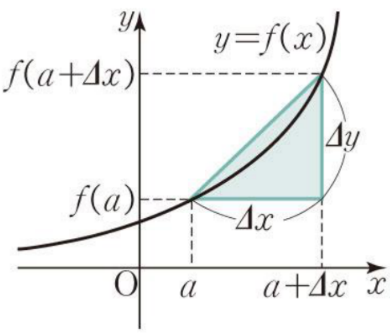
1 평균변화율

RM 01 함수 $y=f(x)$ 에서 x의 값이 a에서 b까지 변할 때의 평균변화율은

$$\frac{\Delta y}{\Delta x}=\frac{f(b)-f(a)}{b-a}=\frac{f(a+\Delta x)-f(a)}{a+\Delta x-a}$$

❖ x의 증분 Δx에 대한 y의 증분 Δy의 비율
$(\Delta x=b-a,\ \Delta y=f(b)-f(a))$

➤ 평균변화율



RM2. 함수 $f(x)$의 $x=a$에서의

①미분계수

②좌미분계수

③우미분계수 를 쓰시오.

2 미분계수

함수 $f(x)$의 $x=a$에서의

RM 02 ①미분계수 (순간변화율)

$$f'(a)=\lim_{\Delta x \to 0}\frac{\Delta y}{\Delta x}$$

$$=\lim_{\Delta x \to 0}\frac{f(a+\Delta x)-f(a)}{a+\Delta x-a}$$

$$=\lim_{x \to a}\frac{f(x)-f(a)}{x-a}$$

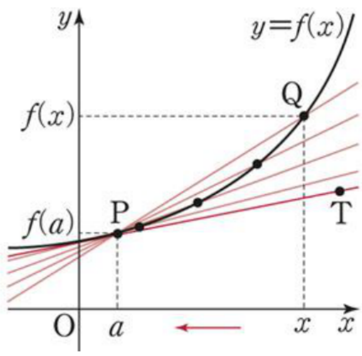
②좌미분계수: $\lim_{x \to a-}\frac{f(x)-f(a)}{x-a}$ (왼쪽접선)

③우미분계수: $\lim_{x \to a+}\frac{f(x)-f(a)}{x-a}$ (오른쪽접선)

기하학적인 의미:

곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(a, f(a))$에서의 접선의 기울기

➤ 미분계수



❖ 함수 $f(x)$의 $x=a$에서의 좌극한

= 함수값의 좌극한 = $\lim_{x \to a-} f(x)$

❖ 함수 $f(x)$의 $x=a$에서의 좌미분계수

= 함수의 변화율의 좌극한 = $\lim_{x \to a-}\frac{f(x)-f(a)}{x-a}$

같은 얘기

❖ 함수 $\frac{f(x)-f(a)}{x-a}$의 $x=a$에서의 좌극한

= 함수의 변화율의 좌극한 = $\lim_{x \to a-}\frac{f(x)-f(a)}{x-a}$

서울대 수학의 단권화

RM3. 함수 $f(x)$의 $x=a$에서의 미분가능하다는 것의
①정의를 쓰고
②조건을 쓰고
③조건을 유도하시오.

RM4. 함수 $y=f(x)$가 $x=a$에서
①미분가능하면 연속인가?
아니라면 예를 드시오.
②연속이면 미분가능한가?
아니라면 예를 드시오.

3 미분 가능성

RM 03 ①정의: 극한값 $f'(a)$가 존재

②조건:

(1) 함수 $f(x)$가 $x=a$에서 연속이다

(2) 좌미분계수와 우미분계수가 같다

❖ 함수 $f(x)$가 $x=a$에서의 미분계수 $f'(a)$가 존재할 때, 함수 $f(x)$는 $x=a$에서 미분가능하다고 말한다.

❖ 함수 $f(x)$가 어떤 구간에 속하는 모든 x값에서 미분가능할 때, 함수 $f(x)$는 그 구간에서 미분가능하다고 한다.

❖ 함수 $f(x)$가 정의역에 속하는 모든 x값에서 미분가능할 때, 함수 $f(x)$는 미분가능한 함수라고 한다.

RM 04 ❖ $y=f(x)$가 $x=a$에서

미분가능 $\overset{O}{\underset{X}{\rightleftarrows}}$ 연속

반례) $f(x)=|x-a|$ (연속함수)

$f'(a)=\lim_{x\to a}\frac{f(x)-f(a)}{x-a}$ 존재 x

(미분불가)

좌극한, 우극한 값이 다르기 때문에 극한값이 존재하지 않는다.

➤ 미분 가능성

③조건 유도하기

극한값 $f'(a)=\lim_{x\to a}\frac{f(x)-f(a)}{x-a}$가 존재하면

조건(1)

(방법1)

{분모} = $\{x-a\}\to 0$ 이므로

{분자} = $\{f(x)-f(a)\}\to 0$ 이다. ∞ 방지!

따라서 $\lim_{x\to a}\{f(x)-f(a)\}=0$

결국 $\lim_{x\to a}f(x)=f(a)$ 이므로

함수 $f(x)$는 $x=a$에서 연속이다.

RM5. 함수 $y=f(x)$의 도함수의 기호와 정의를 쓰시오.

4 도함수

RM 05

$y=f(x)$가 미분가능한 함수일 때

$$\lim_{\Delta x\to 0}\frac{f(x+\Delta x)-f(x)}{x+\Delta x-x}=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{\Delta y}{\Delta x}$$

$$=\frac{d}{dx}f(x)=\frac{df(x)}{dx}=\frac{dy}{dx}$$

$$=f'(x)=y'$$

idea 기울기의 함수

조건 (1)

(방법 2)

$$\lim_{x\to a}\frac{f(x)-f(a)}{x-a}\times\lim_{x\to a}(x-a)=f'(a)\times 0$$

$$=\lim_{x\to a}\left\{\frac{f(x)-f(a)}{x-a}\times(x-a)\right\}=0$$

$$=\lim_{x\to a}\{f(x)-f(a)\}=0$$

결국 $\lim_{x\to a}f(x)=f(a)$이므로

함수 $f(x)$가 $x=a$에서 연속이다

(2) $\frac{f(x)-f(a)}{x-a}$의 $x=a$에서의

좌극한과 우극한이 같다.

$$\underbrace{\lim_{x\to a-}\frac{f(x)-f(a)}{x-a}}=\underbrace{\lim_{x\to a+}\frac{f(x)-f(a)}{x-a}}$$

$x=a$에서 ($\frac{f(x)-f(a)}{x-a}$의 좌극한) = ($f(x)$의 좌미분계수)

($\frac{f(x)-f(a)}{x-a}$의 우극한) = ($f(x)$의 우미분계수)

RM6. 미분가능한 두 함수 $f(x)$, $g(x)$에 대하여 아래 식이 성립함을 유도하시오.

①$\{c\}'=0$

②$\{x^n\}'=nx^{n-1}$

③$\{cf(x)\}'=cf'(x)$

5 미분법의 공식

RM 06 미분가능한 두 함수 $f(x)$, $g(x)$에 대하여

①$\{c\}'=0$

②$\{x^n\}'=nx^{n-1}$

③$\{cf(x)\}'=cf'(x)$

④$\{f(x)+g(x)\}'=f'(x)+g'(x)$

⑤$\{f(x)-g(x)\}'=f'(x)-g'(x)$

⑥$\{f(x)g(x)\}'=f'(x)g(x)+f(x)g'(x)$

⑦$\{f(x)g(x)h(x)\}'=f'(x)g(x)h(x)$
$+f(x)g'(x)h(x)$
$+f(x)g(x)h'(x)$

➤ 미분법의 공식

① $y=f(x)=c$

$$f'(x)=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{\Delta y}{\Delta x}=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{f(x+\Delta x)-f(x)}{x+\Delta x-x}$$

$$=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{c-c}{\Delta x}=0$$

② $y=f(x)=x^n$

$$f'(x)=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{\Delta y}{\Delta x}=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{f(x+\Delta x)-f(x)}{x+\Delta x-x}$$

$$=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{(x+\Delta x)^n-x^n}{x+\Delta x-x}$$

$$=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{\{(x+\Delta x)-x\}\{(x+\Delta x)^{n-1}+(x+\Delta x)^{n-2}x^1+\cdots+x^{n-1}\}}{\Delta x}$$

$$=\lim_{\Delta x\to 0}\{(x+\Delta x)^{n-1}+(x+\Delta x)^{n-2}x^1+\cdots+x^{n-1}\}$$

$$=\underbrace{x^{n-1}+x^{n-1}+x^{n-1}+\cdots+x^{n-1}}_{n\text{개}}=n\cdot x^{n-1}$$

③ $y=cf(x)$

$$\{cf(x)\}'=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{\Delta y}{\Delta x}$$

$$=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{cf(x+\Delta x)-cf(x)}{x+\Delta x-x}$$

$$=c\lim_{\Delta x\to 0}\frac{f(x+\Delta x)-f(x)}{x+\Delta x-x}=cf'(x)$$

④ $\{f(x)+g(x)\}'=f'(x)+g'(x)$

⑤ $\{f(x)-g(x)\}'=f'(x)-g'(x)$

⑥ $\{f(x)g(x)\}'=f'(x)g(x)+f(x)g'(x)$

④ $y=f(x)+g(x)$

$$\{f(x)+g(x)\}'=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{\Delta y}{\Delta x}$$

$$=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{\{f(x+\Delta x)+g(x+\Delta x)\}-\{f(x)+g(x)\}}{x+\Delta x-x}$$

$$=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{\{f(x+\Delta x)-f(x)\}+\{g(x+\Delta x)-g(x)\}}{x+\Delta x-x}$$

$$=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{f(x+\Delta x)-f(x)}{x+\Delta x-x}+\lim_{\Delta x\to 0}\frac{g(x+\Delta x)-g(x)}{x+\Delta x-x}$$

$$=f'(x)+g'(x)$$

⑤ $y=f(x)-g(x)$

$$\{f(x)-g(x)\}'=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{\Delta y}{\Delta x}$$

$$=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{\{f(x+\Delta x)-g(x+\Delta x)\}-\{f(x)-g(x)\}}{x+\Delta x-x}$$

$$=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{\{f(x+\Delta x)-f(x)\}-\{g(x+\Delta x)-g(x)\}}{x+\Delta x-x}$$

$$=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{f(x+\Delta x)-f(x)}{x+\Delta x-x}-\lim_{\Delta x\to 0}\frac{g(x+\Delta x)-g(x)}{x+\Delta x-x}$$

$$=f'(x)-g'(x)$$

⑥ $y=f(x)g(x)$

$$\{f(x)g(x)\}'=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{\Delta y}{\Delta x}$$

$-f(x)g(x+\Delta x)$
$+f(x)g(x+\Delta x)$

$$=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{f(x+\Delta x)g(x+\Delta x)-f(x)g(x)}{x+\Delta x-x}$$

$$=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{f(x+\Delta x)g(x+\Delta x)-f(x)g(x+\Delta x)}{x+\Delta x-x}$$

$$+\lim_{\Delta x\to 0}\frac{f(x)g(x+\Delta x)-f(x)g(x)}{x+\Delta x-x}$$

$$=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{f(x+\Delta x)-f(x)}{x+\Delta x-x}\times g(x+\Delta x)$$

$$+\lim_{\Delta x\to 0}f(x)\times\frac{g(x+\Delta x)-g(x)}{x+\Delta x-x}$$

$$=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{f(x+\Delta x)-f(x)}{x+\Delta x-x}\times\lim_{\Delta x\to 0}g(x+\Delta x)$$

$$+\lim_{\Delta x\to 0}f(x)\times\lim_{\Delta x\to 0}\frac{g(x+\Delta x)-g(x)}{x+\Delta x-x}$$

$$=f'(x)g(x)+f(x)g'(x)$$

서울대 수학의 단권화

RM7. 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(a,\ f(a))$에서의 접선의 방정식을 쓰시오.

RM8. 최대·최소의 정리를 쓰시오.

RM9. 사이값 정리를 쓰시오.

6 접선의 방정식

RM 07 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 P$(a,\ f(a))$ 에서의 접선의 방정식은

$$y-f(a)=f'(a)(x-a)$$

❖ 최대·최소의 정리 → 롤의 정리 조건①관련

RM 08

함수 $f(x)$가 폐구간 $[a,b]$에서 연속이면
$f(x)$는 이 구간에서 반드시
최댓값과 최솟값을 가진다

❖ 사이값 정리

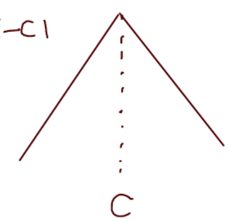
RM 09

함수 $f(x)$가 폐구간 $[a,b]$에서 연속이고
$f(a) \neq f(b)$ 이면, $f(a)$와 $f(b)$ 사이의
임의의 값 k에 대하여
다음을 만족하는 c가 a와 b사이에
적어도 하나 존재한다.

$$f(c)=k$$

※ 미분불가하면 → 롤의 정리 조건②관련

$f(x)=-|x-c|$



$$0 \le \underbrace{\lim_{x\to c-}\frac{f(x)-f(c)}{x-c}}_{=+1} \neq \underbrace{\lim_{x\to c+}\frac{f(x)-f(c)}{x-c}}_{=-1} \le 0$$

다를 수 있다!

RM10. 롤의 정리를 쓰시오

RM11. 롤의 정리를 유도하시오.

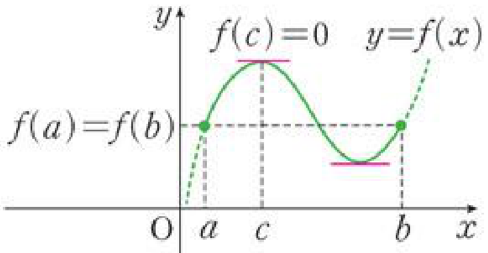
7 롤의 정리

RM 10 함수 $f(x)$가 폐구간 $[a, b]$에서 연속이고 조건①

조건② 개구간 (a, b)에서 미분가능할 때, 최대최소 정리

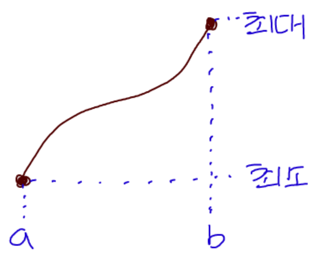
조건③ $f(a)=f(b)$이면

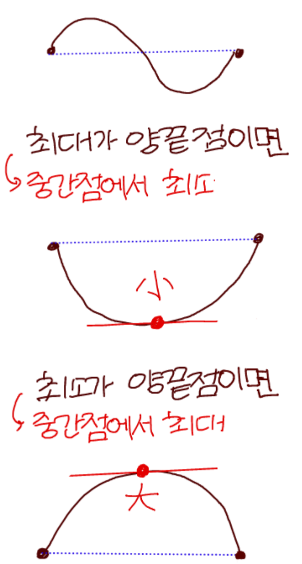
$\lim_{\Delta x \to 0}\frac{\Delta y}{\Delta x} = f'(c)=0 \ (a<c<b)$인 c가 개구간 (a, b)에 적어도 하나 존재한다. 최대 or 최소



롤의 정리 조건③관련

※ $f(a) \neq f(b)$ vs $f(a)=f(b)$





⇓ vs ⇓

최대 최소가 양끝점이어서 중간점에 최대와 최소가 없을 수 있다

양끝점을 제외한 중간점에서 반드시 최대나 최소를 갖는다

➤ 롤의 정리

RM 11

(i) 함수 $f(x)$가 상수함수

개구간 (a,b)의 모든점에서 $f(x)=c$이므로

개구간 (a,b)에 속하는 모든 x에 대하여

$f'(x)=0$

(ii) 함수 $f(x)$가 상수함수가 아닌 경우

$f(a)=f(b)$ 이므로 양끝점 제외한 (∵조건②)

$x=c \ (a<c<b)$ 에서 최댓값 또는 최솟값을

갖는다 (∵조건①)

(ㄱ) $x=c$에서 최댓값일때

$f(x) \le f(c) \quad (a<x<b)$

$\Delta y = f(x)-f(c) \le 0$

i) $x<c \ (x-c<0)$ ii) $x>c \ (x-c>0)$

$$0 \le \lim_{x\to c-}\frac{f(x)-f(c)}{x-c} = \lim_{x\to c+}\frac{f(x)-f(c)}{x-c} \le 0$$

↑ 미분가능 하므로 (∵조건②)

$$0 \le \lim_{x\to c}\frac{f(x)-f(c)}{x-c} \le 0$$

$\therefore f'(c)=0$

(ㄴ) $x=c$에서 최솟값일때:

(ㄱ)과 같은 방법 으로 한다

서울대 수학의 단권화

RM12. 평균값의 정리를 쓰시오.

RM13. 평균값의 정리를 유도하시오.

RM14. 함수 $f(x)$가 어떤 구간에서

①증가한다는 것의 정의를 쓰시오.

②감소한다는 것의 정의를 쓰시오.

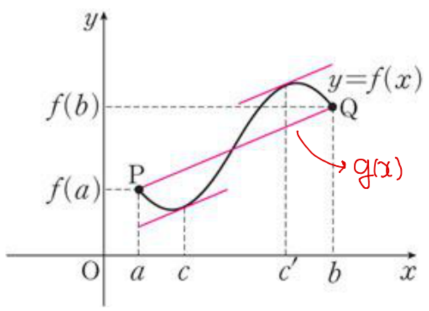
8 평균값의 정리

RM 12

함수 $f(x)$가 폐구간 $[a,\ b]$에서 연속이고 개구간 $(a,\ b)$에서 미분가능하면

$$\frac{f(b)-f(a)}{b-a}=f'(c)\ \ (\text{단, } a<c<b)$$

인 c가 개구간 $(a,\ b)$ 안에 적어도 하나 존재한다.



➤ 평균값의 정리

RM 13

(단계1) $(a, f(a))$, $(b, f(b))$를 지나는 직선의 방정식을 $y=g(x)$라고하자

$\dfrac{f(b)-f(a)}{b-a}=k$ 일때

$g(x)$는 $k(x-a)+f(a)$

$(g(a)=f(a),\ g(b)=f(b),\ g'(x)=k)$

(단계2) $F(x)=f(x)-g(x)$

$F(x)$는 폐구간 $[a,b]$에서 연속이다.

($\because$ $f(x)$는 폐구간 $[a,b]$에서 연속

$g(x)$는 폐구간 $[a,b]$에서 연속)

$F(x)$는 개구간 (a,b)에서 미분가능이다.

($\because$ $f(x)$는 개구간 (a,b)에서 미분가능

$g(x)$는 개구간 (a,b)에서 미분가능)

$F(a)=F(b)$

($\because$ $F(a)=f(a)-g(a)=0$

$F(b)=f(b)-g(b)=0$)

(결론) $F'(c)=0$ 인 c가 개구간 (a,b)에 적어도 하나 존재(롤의정리)

$F(x)=f(x)-g(x)$ 이므로

$F'(x)=f'(x)-g'(x) \rightarrow F'(c)=f'(c)-g'(c)=0$

$f'(c)=g'(c)=k=\dfrac{f(b)-f(a)}{b-a}$

RM15. 함수 $f(x)$가 어떤 구간에서 미분가능하고, 그 구간의 모든 x에 대하여 $f'(x) > 0$이면 $f(x)$는 이 구간에서 증가함을 유도하시오.

RM16. 다음 명제의 참 거짓을 판별하시오.

① $y=f(x)$가 증가함수이면 $f'(x) > 0$이다.

② $f'(x) > 0$이면 $y=f(x)$가 증가함수이다.

③ $y=f(x)$가 증가함수이면 $f'(x) \ge 0$이다.

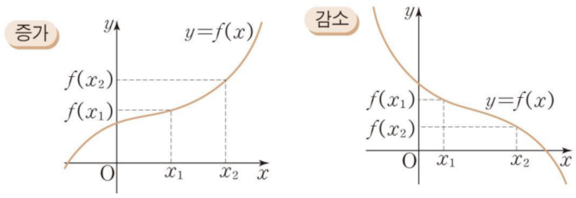
④ $f'(x) \ge 0$이면 $y=f(x)$가 증가함수이다.

9 함수의 증가와 감소

함수 $f(x)$가 어떤 구간의 임의의 두 수 x_1, x_2에 대하여

RM 14 **함수의 증가:** $x_1 < x_2$ 이면 $f(x_1) < f(x_2)$
왼 오른 아래 위

함수의 감소: $x_1 < x_2$ 이면 $f(x_1) > f(x_2)$
왼 오른 위 아래



함수 $f(x)$가 어떤 구간에서 미분가능하고, 그 구간에서

RM 15 ① $f'(x) > 0$이면

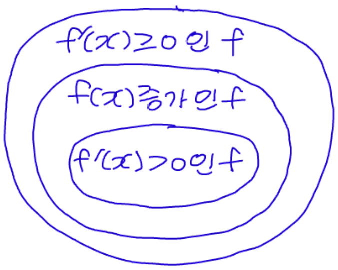
$f(x)$는 그 구간에서 증가

② $f'(x) < 0$이면

$f(x)$는 그 구간에서 감소

RM 16 ❖ $f(x)$ 증가 $\underset{\text{O}}{\overset{\times}{\rightleftarrows}}$ $f'(x) > 0$

❖ $f(x)$ 증가 $\underset{\times}{\overset{\text{O}}{\rightleftarrows}}$ $f'(x) \geq 0$



➤ 함수의 증가와 감소

〈RM15 유도〉

① 구간의 임의의 두 수

x_1, x_2에 대하여 $x_1 < x_2$라고 하자

평균값의 정리에 의하여

$\dfrac{f(x_2)-f(x_1)}{x_2-x_1} = f'(c)$인 c가 구간에 적어도 하나 존재한다. 개념

$f'(x)>0$ 이므로 $f'(c)>0$이고

$x_2-x_1>0$ 이므로

$f(x_2)-f(x_1)>0$ 이다. 조건

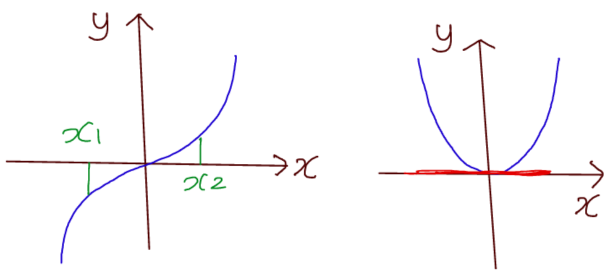
결국 $x_1 < x_2$ 일때, $f(x_1) < f(x_2)$ 정의

〈RM16 반례〉

※ $f(x)=x^3$ 증가함수 $\rightarrow$ $f'(x)=3x^2>0$

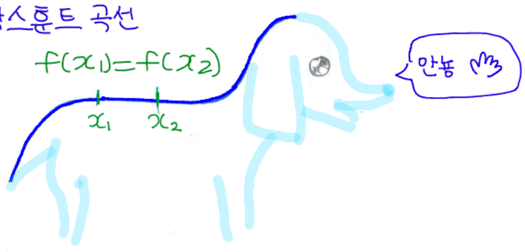
$x_1<x_2 \Rightarrow f(x_1)<f(x_2)$ $f'(0)=0$ 모순

$x_1^3<x_2^3$



※ $f'(x) \ge 0$ $\longrightarrow$ $f(x)$증가함수 모순!

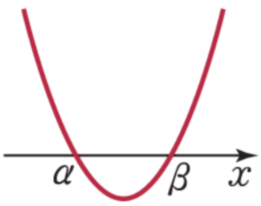
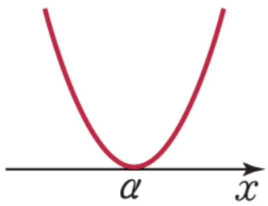
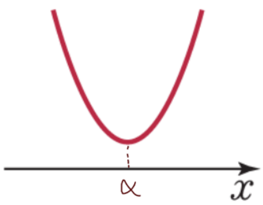
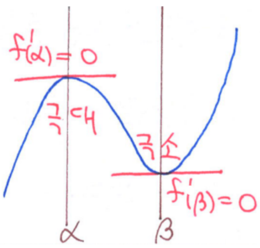
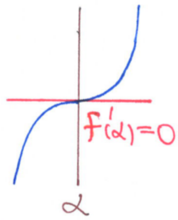
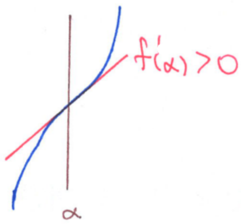
ex) 닥스훈트 곡선

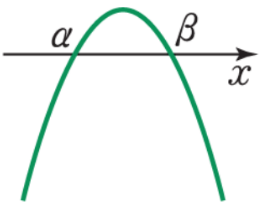
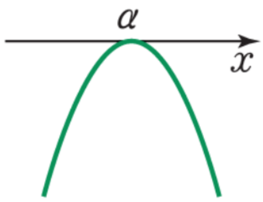
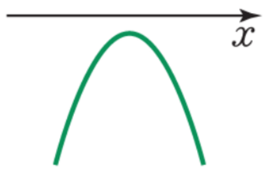
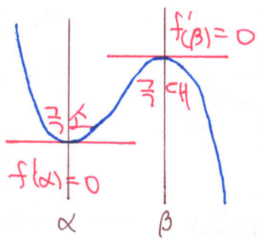
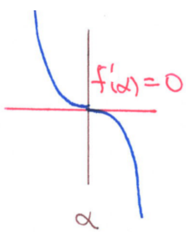
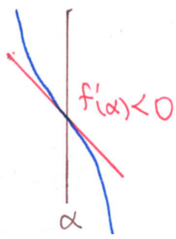


RM17. 삼차함수 $y=f(x)$에 대하여 도함수 $y=f'(x)$의 그래프가 다음과 같을 때 알맞은 그래프 개형을 그리시오.

RM 17 ❖ 3차함수의 그래프 개형

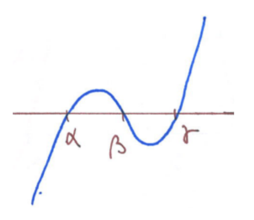
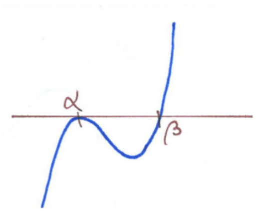
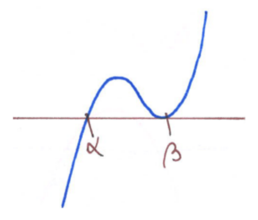
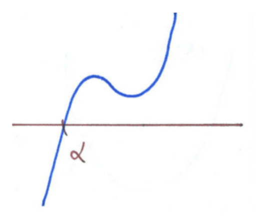
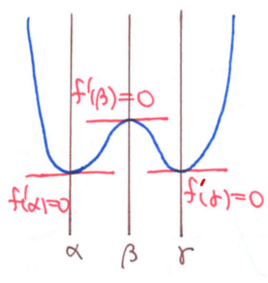
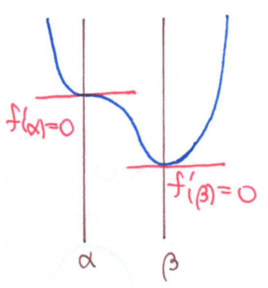
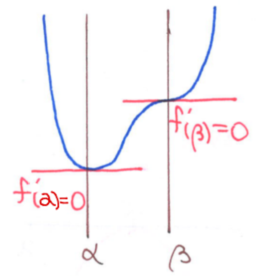
$f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ 일 때, $f'(x)=3ax^2+2bx+c$ 이므로

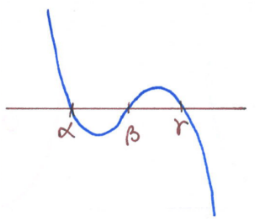
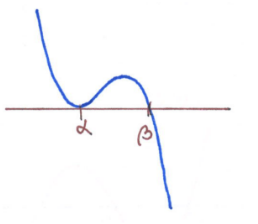
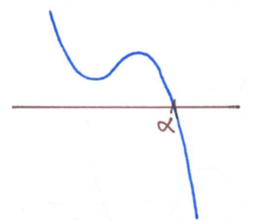
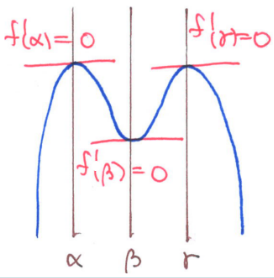
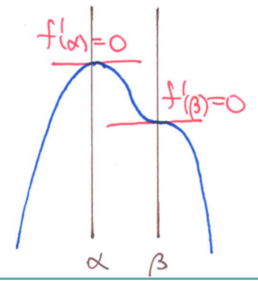
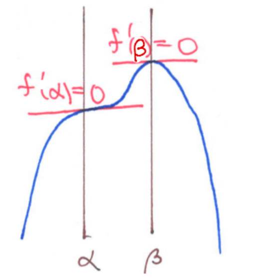
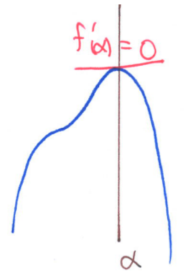
$(a>0)$	$D>0$	$D=0$	$D<0$
$y=f'(x)$ 그래프 도함수를 보고 원래 함수를 그릴 수 있어야 해			
$y=f(x)$ 그래프			

$(a<0)$	$D>0$	$D=0$	$D<0$
$y=f'(x)$ 그래프			
$y=f(x)$ 그래프			

❖ 4차함수의 그래프 개형

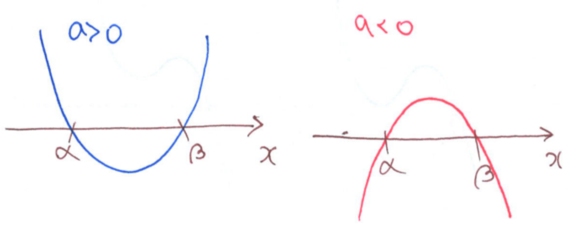
$f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$ 일 때, $f'(x) = 4ax^3 + 3bx^2 + 2cx + d$ 이므로

$(a > 0)$				
$y = f'(x)$ 그래프				
$y = f(x)$ 그래프				

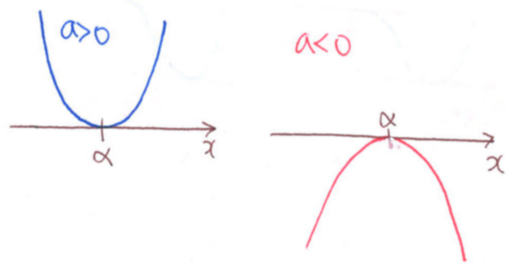
$(a < 0)$				
$y = f'(x)$ 그래프				
$y = f(x)$ 그래프				

❖ 부호를 활용한 그래프 개형

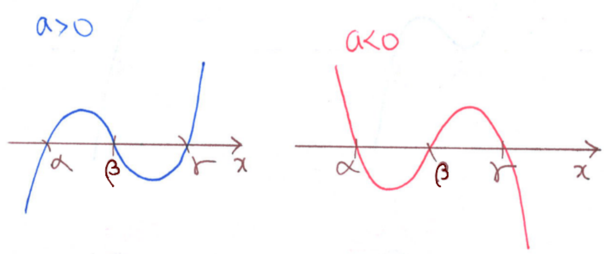
(1) $y=a(x-\alpha)(x-\beta)$



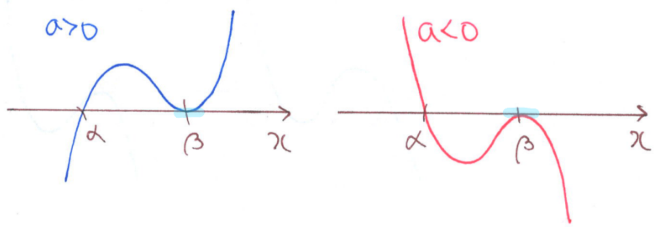
(2) $y=a(x-\alpha)^2$



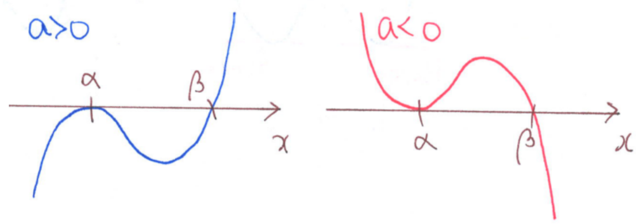
(3) $y=a(x-\alpha)(x-\beta)(x-\gamma)$



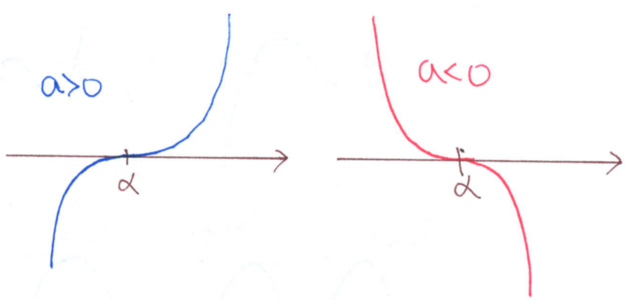
(4) $y=a(x-\alpha)(x-\beta)^2$ 2차 이상이면 x축에 접해야 해!



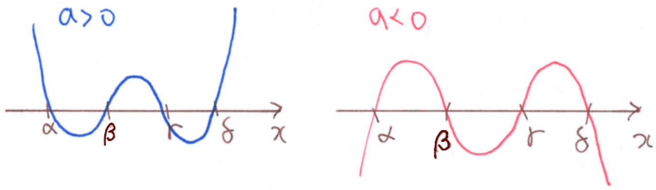
(5) $y=a(x-\alpha)^2(x-\beta)$



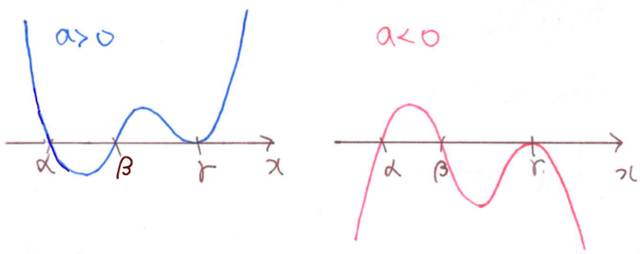
(6) $y=a(x-\alpha)^3$



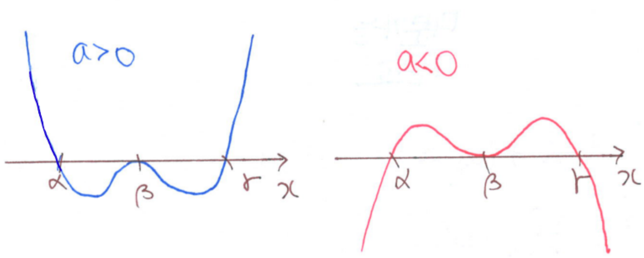
(7) $y=a(x-\alpha)(x-\beta)(x-\gamma)(x-\delta)$



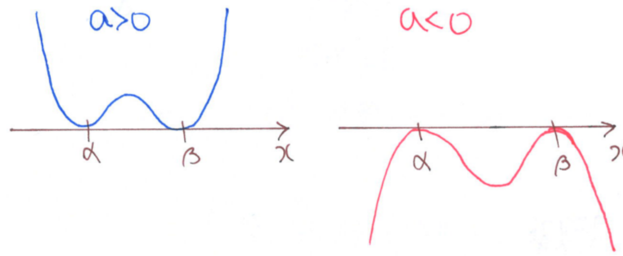
(8) $y=a(x-\alpha)(x-\beta)(x-\gamma)^2$



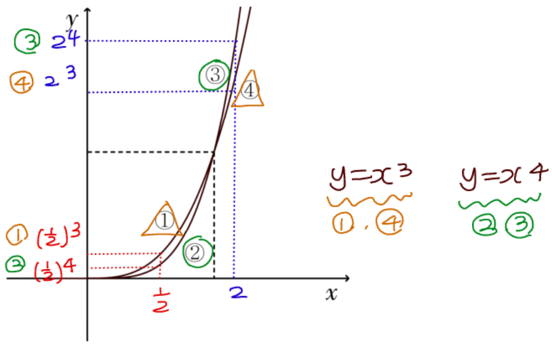
(9) $y=a(x-\alpha)(x-\beta)^2(x-\gamma)$



(10) $y=a(x-\alpha)^2(x-\beta)^2$



(11) 다음은 $y=x^3$과 $y=x^4$의 그래프의 일부이다. $y=x^3$에 해당되는 부분과 $y=x^4$에 해당되는 부분으로 알맞은 것을 짝지으시오.



★★★

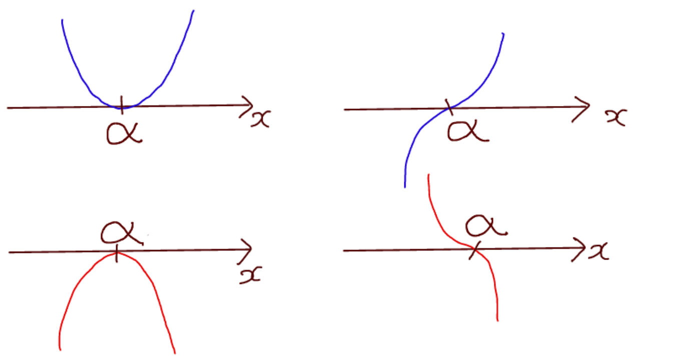
짝수제곱

$f(x)=(x-a)^{2n}g(x)$ vs $f(x)=(x-a)^{2n-1}g(x)$

홀수제곱

$x=a$ 좌우에서 부호변화 ×

$x=a$ 좌우에서 부호변화 o



(단, n은 자연수)

RM18. 함수의 극대와 극소의 정의를 쓰시오.

RM19. 함수 $f(x)$가 $x=a$에서 미분가능하고, $x=a$에서 극값을 가지면 $f'(a)=0$임을 유도하시오.

10 함수의 극대와 극소

함수 $f(x)$가 $x=a$를 포함하는 어떤 열린구간에 속하는 모든 x에 대하여

RM 18 극대: $f(a) \ge f(x)$일 때,

$f(x)$는 $x=a$에서 극대라고 한다.

극댓값 : 극대일 때의 함수값. $f(a)$

극소 : $f(a) \le f(x)$일 때,

$f(x)$는 $x=a$에서 극소라고 한다.

극솟값 : 극소일 때의 함수값. $f(a)$

극값 : 극댓값과 극솟값을 통틀어 극값이라 한다.

(함수의 증감이 바뀌는 점에서의 값)

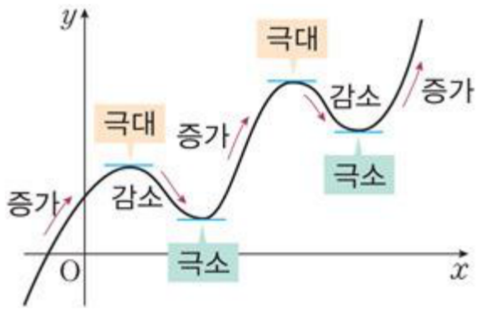
①함수 $y=f(x)$가 $x=a$에서 미분가능하고, $x=a$에서 극값을 가지면 $f'(a)=0$

RM 19 ②$f'(a)=0$이고, $x=a$의 좌우에서 $f'(x)$의 부호가

(1) ⊕에서 ⊖ 변하면 $f(a)$는 극댓값

(2) ⊖에서 ⊕ 변하면 $f(a)$는 극솟값

➤ 함수의 극대와 극소



① $f(a)$가 극댓값이라 가정

$f(x)$는 $x=a$ 포함하는 충분히 작은 개구간에서 최댓값

$f(x) \le f(a)$

$f(x)-f(a) \le 0$

i) $x<a$ $(x-a<0)$ ii) $x>a$ $(x-a>0)$

$$0 \le \lim_{x \to a-} \frac{f(x)-f(a)}{x-a} = \lim_{x \to a+} \frac{f(x)-f(a)}{x-a} \le 0$$

미분가능하므로

$0 \le f'(a) \le 0$

$\therefore f'(a)=0$

RM20. 다음 명제의 참 거짓을 판별하시오.

① $x=a$에서 $f(x)$가 극값을 가지면 $f'(a)=0$이다.

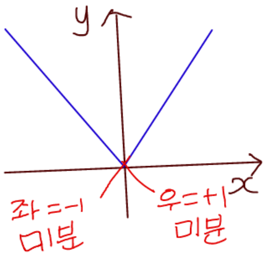
② $f'(a)=0$이면 $x=a$에서 $f(x)$가 극값을 가진다.

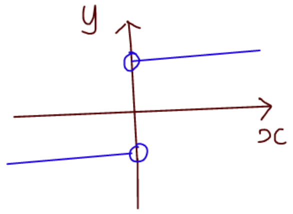
RM 20 ❖ $x=a$에서 $f(x)$가 극값 $\overset{\text{X}}{\underset{\text{X}}{\rightleftarrows}}$ $f'(a)=0$

$\not\Rightarrow$) 반례

$f(x)=|x|=\begin{cases} -x & (x\le 0) \\ x & (x>0) \end{cases}$ $\quad f'(x)=\begin{cases} -1 & (x<0) \\ 1 & (x>0) \end{cases}$

$x=0$에서 극값 $\qquad$ $f'(0)$ 없다

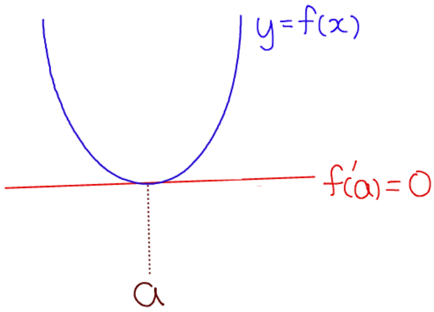




⟨추가조건⟩

$y=f(x)$ 미분가능하면

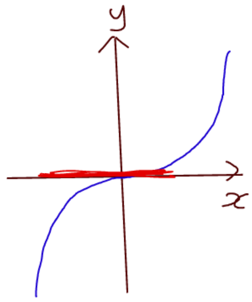
$x=a$ 에서 $f(x)$가 극값 $\xrightarrow{\text{O}}$ $f'(a)=0$

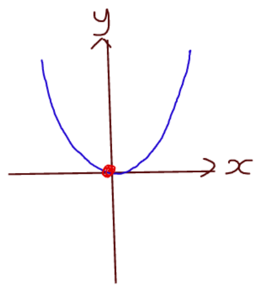


$\not\Leftarrow$ 반례

$f(x)=x^3 \longrightarrow f'(x)=3x^2$

$x=0$ 에서 극값 X $\longleftarrow$ $f'(0)=0$





※ $x=a$ 에서 $f(x)$가 극값 $\overset{\text{O}}{\underset{\text{O}}{\rightleftarrows}}$ $f'(x)$ 부호변화

대체로 ($f'(x)$ 연속) $f'(a)=0$

서울대 수학의 단권화

RM21. 삼차함수 $f(x)$가 극값을 가질 때,
아래 경우마다 $f(x)=0$의 근의 종류를 쓰시오.

① (극댓값)×(극솟값)<0
② (극댓값)×(극솟값)=0
③ (극댓값)×(극솟값)>0

11 방정식에의 활용

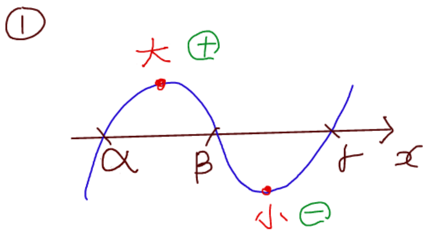
방정식 $f(x)=0$의 실근은
함수 $y=f(x)$의 그래프와
x축($y=0$)과의 교점의 x좌표이다.
방정식 $f(x)=g(x)$의 실근은 두 함수
$y=f(x)$, $y=g(x)$의 그래프의 교점의
x좌표이다.

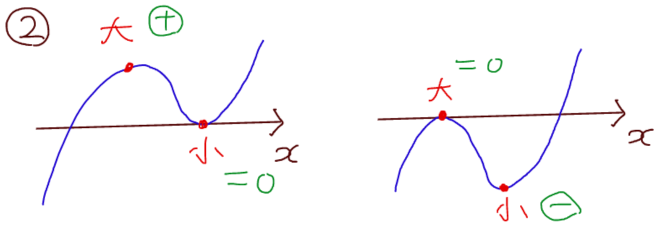
RM 21 ❖ 삼차함수 $f(x)$가 극값을 가질 때,
① (극댓값)×(극솟값)<0 → 서로 다른 세 실근
② (극댓값)×(극솟값)=0 → 한 실근과 중근
③ (극댓값)×(극솟값)>0 → 한 실근과 두 허근

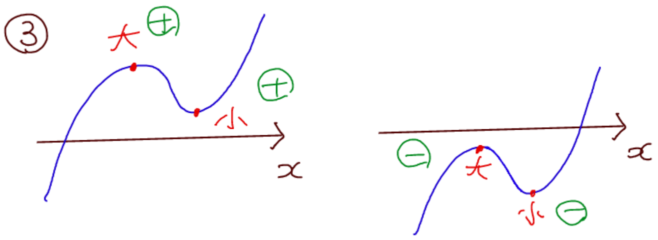
12 부등식에의 활용

①어떤 구간에서 부등식 $f(x)>0$이
성립함을 보이려면
주어진 구간에서 $y=f(x)$의
최솟값>0임을 보이면 된다.
②어떤 구간에서 부등식 $f(x)>g(x)$이
성립함을 보이려면
$h(x)=f(x)-g(x)$로 놓고,
주어진 구간에서 $y=h(x)$의
최솟값>0임을 보이면 된다.

➤ 방정식에의 활용







※ 교과서 미분단원 후반부에 있는 <속도와 가속도>내용은 학습의 효율성을 위해 적분단원의 <속도와 거리>내용과 통합하여 적분단원 마지막에 배치하였다.

계속 문제만 풀다보니
개념에 빵꾸난 부분이 있는 것 같은데...

걱정하지마! 3초 개념Remind로 빵꾸난
부분을 초스피드로 몽땅 다 찾아낼 수 있어!

내신, 수능 준비하기도 바쁜데
논술은 또 언제 하나요?

걱정하지마!
개념Remind는 수능 수학의 모든 개념을
백지에 논술형으로 유도할 수 있게
훈련시켜준다!
9종 교과서 개념+대학별 수리논술 문제
빠짐없이 연구했어!

그냥 개념을 알면 됐지,
백지에 유도까지 할 필요 있나요?

모르는 말씀! 실전에 꼭 필요하다!

❶ 수능 문제의 출제 의도 파악이 잘된다!

수능은 교과개념을 제대로 이해했는지 확인하기 위해 내는 것이라
일부러 문제 풀이과정을 개념 유도과정과 유사하게 출제한다.
개념Remind를 하면 문제 풀 때 출제자 의도에 맞게 접근법을 금방 찾아내게 된다!

❷ 문제에 개념 적용이 잘된다!

맨날 해설지를 보면서 "아! 그렇구나"해도 직접 풀지는 못하는 우리 밥팅들!
백지에 개념 유도과정을 쓸 줄 모르니까, 문제에 개념을 어떻게 쓸 줄 모르지!

❸ 여러 가지 공식이 적용된 최고난도 문제 풀이가 잘된다!

A,B,C 세 가지 공식을 따로 알고 있으면
공식을 하나만 적용하는 단순계산문제 밖에 못푼다!
A→B→C로 유도되는 과정을 알아야 A,B,C 공식이 모두 적용되는 문제에서
식을 어떻게 조합하고 합쳐야 풀 수 있는지를 알 수 있다!

좀 어려운데요;; ㅠㅠ

어려우면 도망치지 말고, 당장 공부를 해!
모두 교과서에 있는 기본 개념 내용이야.
설마 이것도 정확히 모른 채로 시험을
잘 보길 바라는 건 아니겠지?

놓쳤던 1%를 채운다!
상위 1%의 3초 개념 점검!
수능과 논술을 한번에!

❄ 개념Remind ❄

개념Remind 공부법

1.개념Remind의 질문을 읽으며 답을 모르는 문항을 찾아내고 ✓표시를 한다.

(☜ 이것이 너의 개념이 빵꾸난 부분!)

2.수학의 단권화 개념 총정리에서 ✓표시에 해당하는 개념을 찾아본다.

(☜ 책에 전부다 표시되어 있어!)

3.백지에 완벽히 답을 쓸 수 있을 때까지 ✓표시 질문들을 계속 복습한다.

(☜ 그럼 너는 진정한 개념 마스터!)

Question □모름X □아리송? □완성!

RM7. 최대·최소의 정리를 쓰시오.

Question □모름X □아리송? □완성!

RM8. 사이값 정리를 쓰시오.

Question □모름X □아리송? □완성!

RM9. 함수 $f(x)$가 폐구간 $[a,\ b]$에서 연속이고 $f(a) \times f(b) < 0$일 때, 성립하는 것을 쓰시오.

❋ 수학Ⅱ ❋

2.미분법

Question □모름X □아리송? □완성!

RM1. 함수 $y = f(x)$에서 x의 값이 a에서 b까지 변할 때 평균변화율을 구하시오.

Question □모름X □아리송? □완성!

RM2. 함수 $f(x)$의 $x = a$에서의
①미분계수
②좌미분계수
③우미분계수 를 쓰시오.

Question □모름X □아리송? □완성!

RM3. 함수 $f(x)$의 $x = a$에서의 미분가능하다는 것의
①정의를 쓰고
②조건을 쓰고
③조건을 유도하시오.

Question □모름X □아리송? □완성!

RM4. 함수 $y = f(x)$가 $x = a$에서
①미분가능하면 연속인가? 아니라면 예를 드시오.
②연속이면 미분가능한가? 아니라면 예를 드시오.

☑모름X ➟ ☑아리송? ➟ ☑완성! 될 때까지 복습하자!

Question □모름X □아리송? □완성!

RM5. 함수 $y=f(x)$의 도함수의 기호와 정의를 쓰시오.

Question □모름X □아리송? □완성!

RM6. 미분가능한 두 함수 $f(x)$, $g(x)$에 대하여 아래 식이 성립함을 유도하시오.

①$\{c\}'=0$

②$\{x^n\}'=nx^{n-1}$

③$\{cf(x)\}'=cf'(x)$

④$\{f(x)+g(x)\}'=f'(x)+g'(x)$

⑤$\{f(x)-g(x)\}'=f'(x)-g'(x)$

⑥$\{f(x)g(x)\}'=f'(x)g(x)+f(x)g'(x)$

Question □모름X □아리송? □완성!

RM7. 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(a,\ f(a))$에서의 접선의 방정식을 쓰시오.

Question □모름X □아리송? □완성!

RM8. 최대·최소의 정리를 쓰시오.

Question □모름X □아리송? □완성!

RM9. 사이값 정리를 쓰시오.

Question □모름X □아리송? □완성!

RM10. 롤의 정리를 쓰시오

Question □모름X □아리송? □완성!

RM11. 롤의 정리를 유도하시오.

Question □모름X □아리송? □완성!

RM12. 평균값의 정리를 쓰시오.

Question □모름X □아리송? □완성!

RM13. 평균값의 정리를 유도하시오.

Question □모름X □아리송? □완성!

RM14. 함수 $f(x)$가 어떤 구간에서

①증가한다는 것의 정의를 쓰시오.

②감소한다는 것의 정의를 쓰시오.

{ 상위 1%의 개념 점검 : 개념Remind }

나의 개념 이해도를 ☑체크해보자! □모름X □아리송? □완성!

Question □모름X □아리송? □완성!

RM15. 함수 $f(x)$가 어떤 구간에서 미분가능하고, 그 구간의 모든 x에 대하여 $f'(x)>0$이면 $f(x)$는 이 구간에서 증가함을 유도하시오.

※ $f'(x)<0$이면 $f(x)$는 이 구간에서 감소한다.

Question □모름X □아리송? □완성!

RM16. 다음 명제의 참 거짓을 판별하시오.

①$y=f(x)$가 증가함수이면 $f'(x)>0$이다.

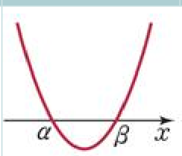
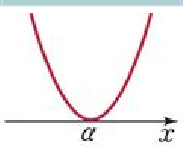
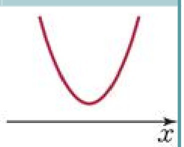
②$f'(x)>0$이면 $y=f(x)$가 증가함수이다.

③$y=f(x)$가 증가함수이면 $f'(x)\geq 0$이다.

④$f'(x)\geq 0$이면 $y=f(x)$가 증가함수이다.

Question □모름X □아리송? □완성!

RM17. 삼차함수 $y=f(x)$에 대하여 도함수 $y=f'(x)$의 그래프가 다음과 같을 때 알맞은 그래프 개형을 그리시오.

$(a>0)$	$D>0$	$D=0$	$D<0$
$f'(x)$ 그래프			
$f(x)$ 그래프			

Question □모름X □아리송? □완성!

RM18. 함수의 극대와 극소의 정의를 쓰시오.

Question □모름X □아리송? □완성!

RM19. 함수 $f(x)$가 $x=a$에서 미분가능하고, $x=a$에서 극값을 가지면 $f'(a)=0$임을 유도하시오.

Question □모름X □아리송? □완성!

RM20. 다음 명제의 참 거짓을 판별하시오.

①$x=a$에서 $f(x)$가 극값을 가지면 $f'(a)=0$이다.

②$f'(a)=0$이면 $x=a$에서 $f(x)$가 극값을 가진다.

Question □모름X □아리송? □완성!

RM21. 삼차함수 $f(x)$가 극값을 가질 때, 아래 경우마다 $f(x)=0$의 근의 종류를 쓰시오.

①(극대값)×(극소값)<0

②(극대값)×(극소값)=0

③(극대값)×(극소값)>0