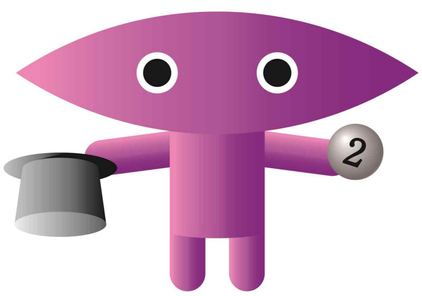
기출의 파급효과

확률과 통계



저자의 말

안녕하세요. 오르비 파급효과입니다. 오르비에 출시하는 첫 전자책이네요. 작년에 EBS 선별과 칼럼으로 큰 사랑을 받고 기출의 파급효과 시리즈를 집필하기로 마음먹었습니다. 이까지 오는데 너무 과분한 사랑을 주신 분들 너무 감사합니다. 이제 본격적으로 교재 소개를 해보겠습니다.

저는 다음과 같은 교재를 만들었습니다.

1. 확률과 통계 기출을 푸는데 정말 필요한 태도와 도구만을 모두 정리했습니다.

각 Chapter를 나누는 기준이 교과서 목차가 아닌 기출을 푸는데 정말 필요한 태도와 도구입니다. 기존 개념서들보다 훨씬 얇습니다. 수능이 얼마 안 남은 이 시점, 빠르게 실전 개념을 정리할 수 있습니다. 예시 해설까지 꼼꼼히 읽는다면 준킬러 이상의 문제에서 생각의 틀이 확실히 잡힐 것입니다. 각 Chapter들을 '순서대로' 학습하신다면 더욱 큰 학습효과를 기대할 수 있습니다.

2. 기출에 대한 태도와 도구들을 바로 활용할 수 있도록 준킬러 이상급의 기출들을 칼럼 속 예시로 들었습니다. 20학년도 6월 평가원 경향과 해당 기출까지 반영되어 있습니다.

확률과 통계 기출 중 주로 오답률이 높았던 평가원 문제들을 예시를 들었습니다. 칼럼 속 태도와 도구가 킬러, 준킬러에서 어떻게 보편적으로 이용되는지 직접 확인한다면 더욱 태도와 도구들이 더욱 와닿을 것입니다. 어떠한 한 문제에만 적용되는 특수한 스킬 같은 것이 아닙니다.

3. 평가원 문항뿐만 아니라 교육청, 사관학교 문항도 중요한 기출들입니다.

최근 교육청 사관 문제가 진화한 형태가 평가원에 출제되고 있습니다. 19학년도 수능 29번의 경우 14학년도 사관학교 15번과 매우 유사하고 20학년도 6월 평가원 21번, 30번은 18년 10월 교육청 21번, 30번과 매우 유사합니다. 따라서 기존 평가원 기출만을 푸는 것만으로 현재 수능을 대비하기는 힘듭니다. 하지만 교육청 및 사관학교 문제들까지 모두 풀자니 양이 너무 많습니다.

이를 해결하기 위해 핵심적인 평가원, 교육청, 그리고 사관학교 문제를 필요한 만큼만 선별했습니다. 칼럼과 함께 있는 예시들은 확률과 통계 교재의 경우 대략 50문제 정도입니다. 예시에 있는 문제 수만으로 부족함을 느끼실 분들을 위해 예시보다는 다소 쉬운 유제들도 기출에 대한 태도와 도구를 체화하기 시키기 위해 충분히 넣었습니다. 확률과 통계 교재의 경우 대략 100문제입니다. 칼럼 속 예시뿐만 아니라 유제들도 단순 단원별로 분리된 것이 아니라 기출에 대한 태도와 도구들 기준으로 분리되었습니다.

4. 칼럼 속 예시해설은 문제를 푸는데에 있어 필요한 생각의 흐름을 매우 자세하게 담았습니다. 예시보다 다소 쉬운 유제들도 문제를 푸는데에 있어 칼럼에서 배운 태도와 도구들과 key point를 comment로 달아 놓았습니다.

예시 해설은 단계별로 분리되어 있어 가독성이 좋아 이해가 더욱 쉽습니다. 문제에서 필요한 태도와 도구들을 어떻게 쓰는지 과외처럼 매우 자세히 알려줍니다. 유제 comment들은 문제의 핵심을 간략히 보여줍니다. 칼럼과 예시들을 잘 학습했다면 무리 없이 풀 수 있는 수준입니다.

하루에 예시를 포함한 칼럼 하나만 완료하고 유제 10문제만 푸세요! 이를 실천하면 확률과 통계 교재를 모두 끝내는 데에 2주가 걸립니다. 이 교재를 최소 2번 이상 볼 수 있습니다.

수학 가형 4등급 초반이 1등급 컷 이상 받는 데 1달에서 2달 사이로 걸립니다.
약 파는 것 아닙니다. 과장된 광고를 극히 싫어하는 편입니다.

저도 18학년도 6월 평가원 때 3등급 받고 여름방학 때 이 책의 내용대로 기출을 학습하고 18학년도 9월 평가원, 18학년도 수능 1등급을 가볍게 받아냈습니다.

제 과외 학생은 19학년도 6월 평가원 때 4등급에 가까운 3등급이었으나 이 방법대로 1달간 기출을 학습하고 19학년도 수능 96점을 받아내었습니다.

수학 가형 1등급, 아직 늦지 않았습니다. 마지막으로 한 번쯤 봐야 할 기출, 기출의 파급효과와 함께 합시다.

간단한 교재 이용법

원활한 교재 이용을 위해 대단원, 중단원, 소단원 구분법을 소개하겠습니다.

대단원 제목입니다.

Chapter 3. 분할, 조합, 같은 것이 있는 순열 이용

대단원에 속한 중단원 제목입니다.

분할 case 분류에서 제일 base를 이룬다. **자연수의 분할, 집합의 분할**이 있다. 집합의 분할을 잘하려면 자연수의 분할을 잘해야 한다.

중단원에 속한 소단원 제목입니다.

1. 자연수의 분할 **오름차순으로 해도 되고 내림차순으로 해도 된다. 개인적으로 내림차순을 더 좋아한다.** 예를 들어 5를 2개의 숫자로 분할한다면 $(4,1)$, $(3,2)$로 2가지가 나온다. 이건 뭐 쉽다. 근데 7을 3개의 숫자로 분할한다면? 내림차순으로 $(5,1,1)$, $(4,2,1)$, $(3,3,1)$, $(3,2,2)$로 4가지가 나온다. 불안하다면 어떻게 확인할까? 이 방법을 알면 된다.

위를 참고하여 학습하신다면 칼럼 내용이 더욱 유기적으로 연결될 것입니다. 헷갈린다면 칼럼을 순서대로 읽어나가셔도 전혀 문제가 없습니다.

원활한 교재 이용을 위해 예시, 예시해설, 유제, 유제 Comments 구분법을 소개하겠습니다.

칼럼과 함께 소개되는 예시입니다. 칼럼을 읽다 보면 중간중간에 예시들이 등장합니다.

18학년도 수능 28번

방정식 $x+y+z=10$을 만족시키는 음이 아닌 정수 x, y, z의 모든 순서쌍 (x, y, z) 중에서 임의로 한 개를 선택한다. 선택한 순서쌍 (x, y, z)가 $(x-y)(y-z)(z-x) \neq 0$을 만족시킬 확률은 $\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

칼럼과 함께 소개되는 예시해설입니다. 자세하고 칼럼에서 배운 도구와 태도를 일관적으로 적용합니다.

여사건으로 보는 것은 어려울 수 있다.

물론 여사건으로도 간단하게 풀 수 있지만 생각해내기 쉬운 아이디어는 아니다.

목표 사건을 그냥 뚫어야 한다. 내 계획은 이렇다.

1. $x+y+z=10$을 만족시키는 음이 아닌 정수 x, y, z의 모든 순서쌍 (x, y, z)을 구한다.
2. 10을 음이 아닌 정수로 분할한 것을 모두 쓴다. 개수는 $P(10,1)+P(10,2)+P(10,3)$를 써서 수식적으로 확인한다.
3. 분할한 것 중에서 2개 이상의 같은 수가 되는 경우를 지운다. x, y, z가 각각 달라야 하기 때문이다.
4. 분할한 것의 숫자를 x, y, z에게 나눠준다. 분할한 것의 숫자가 모두 다르므로 $3!$을 곱해준다. 이로 $x+y+z=10$, $(x-y)(y-z)(z-x) \neq 0$를 동시에 만족시키는 전체 경우의 수가 구해진다.
5. $\dfrac{\text{해당 사건 경우의 수}}{\text{전체 경우의 수}}$ 를 이용해 최종 확률을 구하고 약분까지 한다!

칼럼을 체화하기 위한 유제입니다.

Chapter 3 문제

3-1. 19학년도 9월 평가원 15번

동전 A의 앞면과 뒷면에는 각각 1과 2가 적혀 있고 동전 B의 앞면과 뒷면에는 각각 3과 4가 적혀 있다. 동전 A를 세 번, 동전 B를 네 번 던져 나온 7개 수의 합이 19 또는 20일 확률은? [4점]

유제 문제에 대한 저자의 Comment입니다.

Chapter 3 문제 Comments

3-1. 19학년도 9월 평가원 15번

동전 A를 세 번, 동전 B를 네 번 던져 나온 7개 수의 합이 언제 19, 20이 나오는지 파악부터 한다. 이때 동전 A에서 나오는 3개 수 합과 동전 B에서 나오는 4개 수 합을 각각 생각하는 것이 쉽다.

위를 참고하여 학습하신다면 교재 이용이 더욱 편리합니다.

Chapter 5. 확률과 경우의 수의 차이점, 조건부확률

확률과 경우의 수의 차이점

확률은 독립시행을 제외하고는 $\frac{경우의\ 수}{경우의\ 수}$로 푸는 게 정석이다.

독립시행은 ${}_n\mathrm{C}_k\, p^k(1-p)^{n-k}$를 이용하여 확률로 푸는 게 편하다.

하지만 분명 확률과 경우의 수에는 차이가 있다. 바로 '같은'과 '다른'의 취급이다. 경우의 수에서는 이 두 개념을 엄격히 구별해야 한다. 하지만 확률에서는 어차피 각각의 빈도를 확인하기에 별 상관없다. 자 예시를 들어 비교해 보겠다.

1. 같은 모양의 주사위 2개를 던져 눈의 개수 합이 8이 되는 경우의 수는?

   8을 2개의 자연수로 분할하면 $(1,7), (2,6), (3,5), (4,4)$로 4가지이다.
   $P(8,2)=P(6,1)+P(6,2)=4$**가지임을 수식적으로 검토까지 했다.**

   $(1,7)$에서 7은 주사위에 없기에 제거한다.

   $(2,6), (3,5), (4,4)$로 총 **3가지**이다.

   두 주사위가 똑같이 생겼기에 $(2,6), (3,5)$의 경우에도 각 경우에 2를 곱하지 않는다.

2. 서로 다른 주사위 2개를 던져 눈의 개수 합이 8이 되는 경우의 수는?

   8을 2개의 자연수로 분할하면 $(1,7), (2,6), (3,5), (4,4)$로 4가지이다.
   $P(8,2)=P(6,1)+P(6,2)=4$**가지임을 수식적으로 검토까지 했다.**

   $(1,7)$에서 7은 주사위에 없기에 제거한다.

   두 주사위가 다르게 생겼기에 $(2,6), (3,5)$의 경우에는 각 경우에 2를 곱한다.

   $(4,4)$의 경우에는 주사위가 다르게 생겼어도 나타내는 숫자가 같기에 1가지이다.

   따라서 총 $2\times2+1=$**5가지**이다.

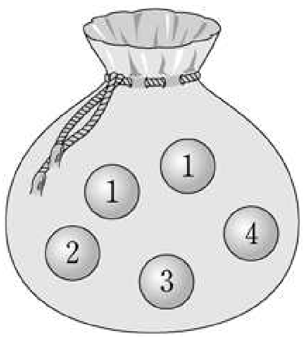
3. 같은 모양의 주사위 2개를 던져 눈의 개수 합이 8이 되는 확률은?

   확률에서는 '같은'을 '다른'이라고 봐도 무방하다. 이렇게 바꿔 푸는 게 훨씬 덜 헷갈리고 시간도 단축되며 실수 확률도 확연히 낮아진다. 확률은 빈도를 나타내기 때문이다. $\frac{경우의\ 수}{경우의\ 수}$를 이용하면 분모에 들어갈 수는 $6\times6=36$이고, 분자에 들어갈 수는 위에서 구했듯이 5가지이다. 따라서 답은 $\frac{5}{36}$이다.

이런 점에서 확률이 경우의 수보다 편하다. 다만, $\frac{\text{경우의 수}}{\text{경우의 수}}$의 **분자, 분모에 들어가는 경우의 수를 구할 때 반드시 기준을 일관되게 적용해야 한다.** 예를 들어, 분자에 들어가는 경우의 수를 구할 때 '서로 다른 주사위 2개'로 가정하고 구했다면 분모에 들어가는 경우의 수를 구할 때도 '서로 다른 주사위 2개'로 가정하고 구해야 한다.

16학년도 9월 평가원 15번

주머니에 1, 1, 2, 3, 4의 숫자가 하나씩 적혀 있는 5개의 공이 들어 있다. 이 주머니에서 임의로 4개의 공을 동시에 꺼내어 임의로 일렬로 나열하고, 나열된 순서대로 공에 적혀 있는 수를 a, b, c, d라 할 때, $a \le b \le c \le d$일 확률은? [4점]



① $\frac{1}{15}$ ② $\frac{1}{12}$ ③ $\frac{1}{9}$ ④ $\frac{1}{6}$ ⑤ $\frac{1}{3}$

1. 1이 적힌 공이 2개 있다. 확률을 구하는 거니까 같든 다르든 상관없지만 1이 적힌 2개의 공을 다르게 취급해주자. 예를 들어 1이 적혀 있는 공 1개는 1이라고 보고 다른 하나는 $1'$이라고 보자. 그렇다면 5개의 공을 일렬로 나열한 경우의 수는 $5! = 120$가지이다.

2. $a \le b \le c \le d$를 만족시키기 위한 수의 조합으로는 $(1,2,3,4)$, $(1,1,2,3)$, $(1,1,2,4)$, $(1,1,3,4)$가 가능하다.

3. $(1,2,3,4)$의 경우 a에 들어갈 공의 종류가 1, $1'$ 와 같이 2가지 있다.

4. $(1,1,2,3)$, $(1,1,2,4)$, $(1,1,3,4)$의 경우 a,b에 $1,1'$이 써진 공이 모두 들어간다. a,b에 들어가는 공이 $1,1'$ 둘 중 하나이다. 따라서 $(1,1,2,3)$, $(1,1,2,4)$, $(1,1,3,4)$ 각각 2가지 경우를 가져 6가지 경우를 가지게 된다.

5. $a \le b \le c \le d$를 만족시키는 경우의 수가 총 8가지이므로 확률은 $\frac{8}{120} = \frac{1}{15}$ 이다. 따라서 답은 ①!!

20학년도 6월 평가원 27번

숫자 1, 1, 2, 2, 3, 3이 하나씩 적혀 있는 6개의 공이 들어 있는 주머니가 있다. 이 주머니에서 한 개의 공을 임의로 꺼내어 공에 적힌 수를 확인한 후 다시 넣지 않는다. 이와 같은 시행을 6번 반복할 때, $k(1 \le k \le 6)$번째 꺼낸 공에 적힌 수를 a_k라 하자. 두 자연수 m, n을

$$m = a_1 \times 100 + a_2 \times 10 + a_3$$
$$n = a_4 \times 100 + a_5 \times 10 + a_6$$

이라 할 때, $m > n$일 확률은 $\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오.
(단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

1. 1, 2, 3이 적혀 있는 공이 각각 2개가 있다. 6개의 공을 모두 다르게 취급해도 된다. 서로 다른 6개의 공 $1, 1', 2, 2', 3, 3'$을 $a_1 \sim a_6$에 배열하는 경우의 수는 $6! = 720$가지이다.

2. 세 자리 자연수를 비교할 때 일반적으로 백의 자릿수부터 비교한다. 따라서 a_1, a_4를 기준으로 삼자. $m > n$이므로 크게 $a_1 > a_4$, $a_1 = a_4$로 case를 나눌 수 있다.

   (1) $a_1 > a_4$

   1, 2, 3 중 a_1, a_4에 들어갈 숫자를 먼저 정하자. 1, 2, 3 중 a_1, a_4에 들어갈 숫자를 정하는 경우의 수는 ${}_3\mathrm{C}_2 = 3$가지이다. 이 중 a_1, a_4에 들어갈 숫자를 각각 2, 1로 정한다고 하자. 꼭 a_1, a_4에 각각 2, 1을 적어주자. 이래야 a_1, a_4에 들어갈 숫자를 정하는 경우의 수는 고려했음을 알 수 있기 때문이다.

   a_1에 들어갈 공의 종류는 2, $2'$와 같이 2가지 있고 a_4에 들어갈 공의 종류는 1, $1'$와 같이 2가지 있다. a_1, a_4에 들어갈 공의 종류를 정하는 경우의 수는 $2 \times 2 = 4$가지이다.

   $a_1 > a_4$이므로 a_2, a_3, a_5, a_6에 들어가는 숫자와 관계없이 $m > n$이다. 따라서 a_2, a_3, a_5, a_6에 남은 4개의 공을 배열하는 경우의 수는 $4! = 24$가지이다.

   따라서 $m > n$, $a_1 > a_4$을 만족하며 $a_1 \sim a_6$에 공을 배열하는 경우의 수는 $3 \times 4 \times 24 = 288$가지이다.

   (2) $a_1 = a_4$

   1, 2, 3 중 a_1, a_4에 들어갈 숫자를 먼저 정하자. 1, 2, 3 중 a_1, a_4에 들어갈 숫자를 정하는 경우의 수는 ${}_3\mathrm{C}_1 = 3$가지이다. 이 중 a_1, a_4에 들어갈 숫자를 1로 정한다고 하자. 꼭 a_1, a_4에 각각 1을 적어주자. 이래야 a_1, a_4에 들어갈 숫자를 정하는 경우의 수는 고려했음을 알 수 있기 때문이다.

   a_1, a_4에 각각 들어갈 공의 종류는 1, $1'$와 같이 2가지 있다. a_1, a_4에 들어갈 공의 종류를 정하는 경우의 수는 $2! = 2$가지이다.

   백의 자릿수가 같으므로 이제 십의 자릿수를 비교해야 한다. $a_2 = a_5$가 가능할까? 불가능하다. $a_2 = a_5$이면 $a_3 = a_6$이기에 $m = n$이다. 따라서 $a_2 > a_5$이다.

   숫자 1이 적힌 공 1, $1'$을 a_1, a_4에 모두 배치하였기 때문에 a_2, a_5에 들어갈 숫자는 각각 3, 2이다.

   a_2에 들어갈 공의 종류는 3, $3'$와 같이 2가지 있고 a_5에 들어갈 공의 종류는 2, $2'$와 같이 2가지 있다. a_2, a_5에 들어갈 공의 종류를 정하는 경우의 수는 $2 \times 2 = 4$가지이다.

   $a_1 = a_4$, $a_2 > a_5$이므로 a_3, a_6에 들어가는 숫자와 관계없이 $m > n$이다. 따라서 a_3, a_6에 남은 2개의 공을 배열하는 경우의 수는 $2! = 2$가지이다.

   따라서 $m > n$, $a_1 = a_4$를 만족하며 $a_1 \sim a_6$에 공을 배열하는 경우의 수는 $3 \times 2 \times 4 \times 2 = 48$가지이다.

3. $m>n$을 만족하며 서로 다른 6개의 공 $1, 1', 2, 2', 3, 3'$을 $a_1 \sim a_6$에 배열하는 경우의 수는 총 336가지이다. 따라서 $m>n$의 확률은 $\frac{336}{720}=\frac{7}{15}$이다. $p=15, q=7, p+q=22$이므로 답은 22!!

※ m, n을 기준으로 할 때

1. m, n을 기준으로 하면 크게 $m>n$, $m=n$, $m<n$으로 case를 나눌 수 있다. $m>n$, $m<n$은 대칭적이므로 확률이 같음을 직관적으로 알 수 있다. 따라서 $m>n$의 확률은 여사건을 이용하여 $\frac{1-\mathrm{P}(m=n)}{2}$로 구할 수 있다. $\mathrm{P}(m=n)$을 구해보자.

2. 1, 2, 3이 적혀 있는 공이 각각 2개가 있다. 6개의 공을 모두 다르게 취급해도 된다. 서로 다른 6개의 공 $1, 1', 2, 2', 3, 3'$을 $a_1 \sim a_6$에 배열하는 경우의 수는 $6!=720$가지이다.

   m, n은 같은 수이고 1, 2, 3을 한 번씩 사용하여 m에 들어갈 수를 정하는 경우의 수는 $3!=6$가지이다. 이 중 m, n에 들어가는 숫자를 123으로 정해보자. 꼭 m, n에 각각 123을 적어주자. 이래야 m, n에 들어갈 수를 정하는 경우의 수는 고려했음을 알 수 있기 때문이다.

   a_1, a_4에 각각 들어갈 공의 종류는 1, $1'$과 같이 2가지 있다. a_2, a_5에 각각 들어갈 공의 종류는 2, $2'$와 같이 2가지 있다. a_3, a_6에 각각 들어갈 공의 종류는 3, $3'$와 같이 2가지 있다. $a_1 \sim a_6$에 들어갈 공의 종류를 정하는 경우의 수는 $2\times2\times2=8$가지이다.

   따라서 $m=n$을 만족하며 $a_1 \sim a_6$에 공을 배열하는 경우의 수는 $6\times8=48$가지이다. $\mathrm{P}(m=n)=\frac{48}{720}=\frac{1}{15}$이므로 $\mathrm{P}(m>n)=\frac{1-\mathrm{P}(m=n)}{2}=\frac{7}{15}$이다.

문제 Comment

오답률이 매우 높은 문제이다. 하지만 확률을 구하는 것이므로 6개의 공을 모두 다르게 취급해도 된다는 것을 알았다면 문제가 쉽게 풀린다. 확률에서는 같은 것도 다르게 취급 가능하다는 점을 명심하자!

또한, m, n을 기준으로 삼을 생각을 못 하더라도 a_1, a_4를 기준으로 case를 나눌 생각은 해야 한다. 일반적으로 두 수를 비교할 때 최고 자리 숫자부터 비교하기 때문이다. 기준을 잡지 않으면 문제의 갈피를 잡을 수 없다. 꼭 기준을 잡아 큰 case 분류부터 하자!

조건부확률

어떤 시행에서 사건 B가 일어났을 때, 사건 A가 일어날 확률을 말한다. 기호로는 $\mathrm{P}(A|B) = \dfrac{\mathrm{P}(A \cap B)}{\mathrm{P}(B)}$이다.

조건부확률 문제임을 잘 알아차리기 위해서는 **꼭 '일 때,'에 동그라미 치고 /로 문장을 끊는다. '일 때,' 이전 상황의 경우의 수나 확률을 먼저 구하고 다음으로 넘어간다.** 이렇게 안 하면 가끔 조건부확률임을 까먹고 문제 푸는 경우가 있다.

그리고 **문제가 길어지면 문장을 끊어 읽고 구해야 하거나 해석할 조건들을 최대한 처리하며 넘어가야 한다. 킬러에도 쓰이는 중요한 태도이다.**

19학년도 6월 평가원 28번
자연수 $n\,(n \geq 3)$에 대하여 집합 A를

$$A = \{(x, y) | 1 \leq x \leq y \leq n,\ x\text{와 } y\text{는 자연수}\}$$

라 하자. 집합 A에서 임의로 선택된 한 개의 원소 (a, b)에 대하여 b가 3의 배수일 때, $a = b$일 확률이 $\dfrac{1}{9}$이 되도록 하는 모든 자연수 n의 값의 합을 구하시오. [4점]

1. ‘b가 3의 배수일 때,’를 먼저 동그라미 치고 /로 문장을 끊어주자.

   조건부확률임을 잊어버리지 말자.

2. 까먹기 전에 바로 b가 3의 배수일 때의 (a, b) 개수를 구해보자.

   b가 3의 배수이므로 $b = 3m\,(m\text{은 자연수})$으로 두자. m의 최댓값을 k라고 하자.

   n은 $3k \leq n \leq 3k+2$을 만족시키는 자연수가 될 것이다.

   $b = 3m$일 때, $1 \leq a \leq 3m$이므로 가능한 (a, b)는 $3m$개다.

   $1 \leq m \leq k$이므로 b가 3의 배수일 때, 가능한 (a, b)는 $\sum_{m=1}^{k} 3m = 3 \times \frac{k(k+1)}{2}$이다.

   ※ 문자가 많아 헷갈릴 수도 있다. $\sum$식 세우는 것도 익숙하지 않을 수도 있다. 하지만 연습해야 한다. 이 때문에 이 문제 정답률이 20%대이다.

3. $3k \leq n \leq 3k+2$이기에 3의 배수가 k개 있다. 따라서 b가 3의 배수이면서 $a = b$일 때, 가능한 (a, b)는 k개다.

4. 조건부확률 $\dfrac{k}{3 \times \dfrac{k(k+1)}{2}} = \dfrac{1}{9}$, 정리하면 $k = 5$.

   $3k \leq n \leq 3k+2$이므로 $15 \leq n \leq 17$이다.

   따라서 가능한 n은 $15, 16, 17$이고 합은 48. **답은 48!!**

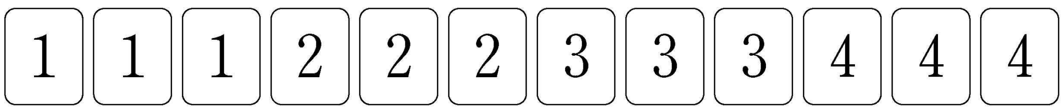
문제 Comment

낮은 정답률을 보며 매우 놀랐다. 나는 문자를 새로 두며 $\sum$식 세우는 연습을 많이 했기 때문에 개인적으로 쉬운 문제였다. 하지만 다른 수험생들은 그렇지 않았나 보다. **이과라도 제발 $\sum$식 세우는 연습 좀 하자! 또 문제가 길 때, 문장을 끊어가며 조건 파악을 하고 식을 정리하자. 한 번에 돌파하려면 머리가 너무 아프고 뭘 해야 할지 잘 모른다.**

Chapter 5 문제

5-1. 18학년도 6월 평가원 15번

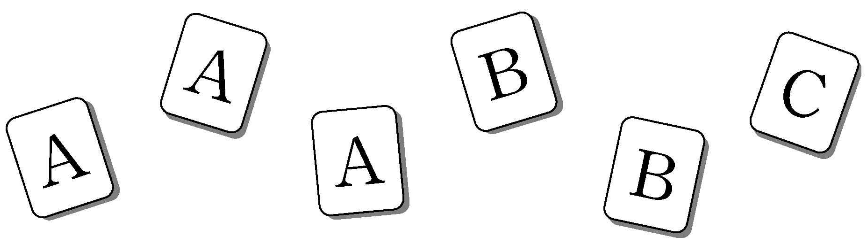
그림과 같이 1, 2, 3, 4의 숫자가 하나씩 적혀 있는 카드가 각각 3장씩 12장이 있다. 이 12장의 카드 중에서 임의로 3장의 카드를 선택할 때, 선택한 카드 중에 같은 숫자가 적혀 있는 카드가 2장 이상일 확률은? [4점]



① $\frac{12}{55}$ ② $\frac{16}{55}$ ③ $\frac{4}{11}$ ④ $\frac{24}{55}$ ⑤ $\frac{28}{55}$

5-2. 18학년도 9월 평가원 10번

A, A, A, B, B, C의 문자가 하나씩 적혀 있는 6장의 카드가 있다. 이 카드를 모두 한 번씩 사용하여 일렬로 임의로 나열할 때, 양 끝 모두에 A가 적힌 카드가 나오게 나열될 확률은? [3점]



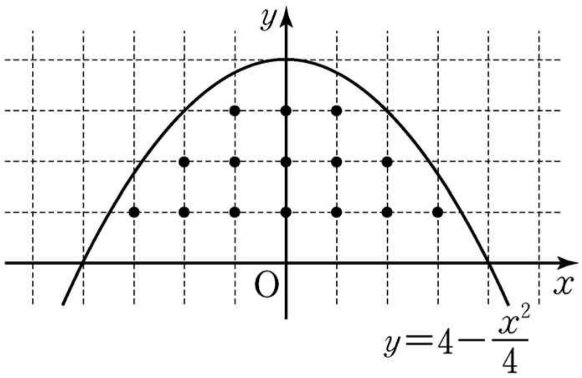
① $\frac{3}{20}$ ② $\frac{1}{5}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{3}{10}$ ⑤ $\frac{7}{20}$

5−3. 15학년도 9월 평가원 17번

다음 조건을 만족시키는 좌표평면 위의 점 $(a,\ b)$ 중에서 임의로 서로 다른 두 점을 선택한다. 선택된 두 점의 y좌표가 같을 때, 이 두 점의 y좌표가 2일 확률은? [4점]

(가) $a,\ b$은 정수이다. (나) $0 < b < 4 - \dfrac{a^2}{4}$

① $\dfrac{4}{17}$ ② $\dfrac{5}{17}$ ③ $\dfrac{6}{17}$ ④ $\dfrac{7}{17}$ ⑤ $\dfrac{8}{17}$



5−4. 14학년도 평가원 예비시행 A형 29번

한 개의 주사위를 사용하여 다음 규칙에 따라 점수를 얻는 시행을 한다.

(가) 한 번 던져 나온 눈의 수가 5이상이면 나온 눈의 수를 점수로 한다. (나) 한 번 던져 나온 눈의 수가 5보다 작으면 한 번 더 던져 나온 눈의 수를 점수로 한다.

시행의 결과로 얻은 점수가 5점 이상일 때, 주사위를 한 번만 던졌을 확률을 $\dfrac{q}{p}$ 라 하자. p^2+q^2 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

5-5. 13학년도 수능 8번

어느 학교 전체 학생의 60%는 버스로, 나머지 40%는 걸어서 등교하였다. 버스로 등교한 학생의 $\frac{1}{20}$이 지각하였고, 걸어서 등교한 학생의 $\frac{1}{15}$이 지각하였다. 이 학교 전체 학생 중 임의로 선택한 1명의 학생이 지각하였을 때, 이 학생이 버스로 등교하였을 확률은? [3점]

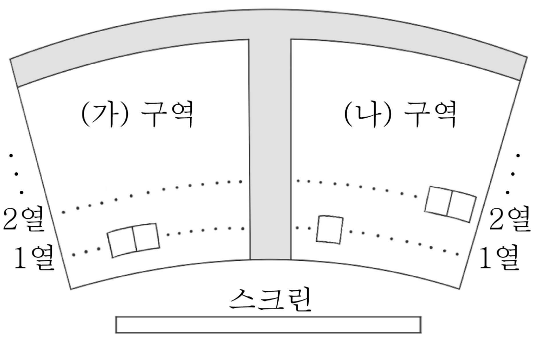
① $\frac{3}{7}$ ② $\frac{9}{20}$ ③ $\frac{9}{19}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{9}{17}$

5-6. 16학년도 수능 A형 26번

어느 회사의 직원은 모두 60명이고, 각 직원은 두 개의 부서 A, B 중 한 부서에 속해 있다. 이 회사의 A 부서는 20명, B 부서는 40명의 직원으로 구성되어 있다. 이 회사의 A 부서에 속해 있는 직원의 50%가 여성이다. 이 회사 여성 직원의 60%가 B 부서에 속해 있다. 이 회사의 직원 60명 중에서 임의로 선택한 한 명이 B 부서에 속해 있을 때, 이 직원이 여성일 확률은 p이다. $80p$의 값을 구하시오. [4점]

5-7. 15년 10월 교육청 20번

5명의 학생 A, B, C, D, E가 같은 영화를 보기 위해 함께 상영관에 갔다. 상영관에는 그림과 같이 총 5개의 좌석만 남아 있었다. (가) 구역에는 1열에 2개의 좌석이 남아 있었고, (나) 구역에는 1열에 1개와 2열에 2개의 좌석이 남아 있었다. 5명의 학생 모두가 남아 있는 5개의 좌석을 임의로 배정받기로 하였다. 학생 A와 B가 서로 다른 구역의 좌석을 배정받았을 때, 학생 C와 D가 같은 구역에 있는 같은 열의 좌석을 배정받을 확률은? [4점]



① $\frac{1}{18}$ ② $\frac{1}{12}$ ③ $\frac{1}{9}$ ④ $\frac{5}{36}$ ⑤ $\frac{1}{6}$

5-8. 18학년도 6월 평가원 17번

서로 다른 2개의 주사위를 동시에 던져 나온 수가 같으면 한 개의 동전을 4번 던지고, 나온 눈의 수가 다르면 한 개의 동전을 2번 던진다. 이 시행에서 동전의 앞면이 나온 횟수와 뒷면이 나온 횟수가 같을 때, 동전을 4번 던졌을 확률은? [4점]

① $\frac{3}{23}$ ② $\frac{5}{23}$ ③ $\frac{7}{23}$ ④ $\frac{9}{23}$ ⑤ $\frac{11}{23}$

5-9. 17학년도 9월 평가원 12번

한 개의 주사위를 두 번 던질 때 나오는 눈의 수를 차례로 a, b라 하자. 두 수의 곱 ab가 6의 배수일 때, 이 두 수의 합 $a+b$가 7일 확률은? [3점]

① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{7}{30}$ ③ $\frac{4}{15}$ ④ $\frac{3}{10}$ ⑤ $\frac{1}{3}$

5-10. 08년 7월 교육청 30번

어느 배의 제Ⅰ축과 제Ⅱ축의 주엔진과 보조엔진은 그림과 같다.

이 배는 주엔진이 고장나면 보조엔진이 작동되어 운항하고, 한 축의 엔진이 모두 고장나면 운항할 수 없다. A항구를 출발한 배가 B항구까지 운항하는데 각 엔진이 고장날 확률은 10%이고 제Ⅰ축과 제Ⅱ축은 독립적으로 작동한다. 주엔진 두 개를 작동한 상태로 출발한 배가 A항구에서 B항구까지 운항하였을 때, 보조엔진이 작동되었을 확률은 $\frac{q}{p}$이다. 이때 $p+q$의 값을 구하시오. (단, p, q는 서로소인 자연수) [4점]

5-11. 19학년도 수능 나형 18번

좌표평면의 원점에 점 A가 있다. 한 개의 동전을 사용하여 다음 시행을 한다.

동전을 한 번 던져 앞면이 나오면 점 A를 x축의 양의 방향으로 1만큼, 뒷면이 나오면 점 A를 y축의 양의 방향으로 1만큼 이동시킨다.

위의 시행을 반복하여 점 A의 x좌표 또는 y좌표가 처음으로 3이 되면 이 시행을 멈춘다. 점 A의 y좌표가 처음으로 3이 되었을 때, 점 A의 x좌표가 1일 확률은? [4점]

① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{5}{16}$ ③ $\frac{3}{8}$ ④ $\frac{7}{16}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

Chapter 5 문제 Comments

5-1. 18학년도 6월 평가원 15번
카드 12장을 모두 다르게 취급해도 된다. 여사건을 이용하여 간단하게 풀 수 있다.

5-2. 18학년도 9월 평가원 10번
카드 6장을 모두 다르게 취급해도 된다.

5-3. 15학년도 9월 평가원 17번
'y좌표가 같을 때,'를 먼저 동그라미 치고 /로 문장을 끊어주자. 조건부확률임을 잊지 말자.

5-4. 14학년도 평가원 예비시행 A형 29번
'시행의 결과로 얻은 점수가 5점 이상일 때,'를 먼저 동그라미 치고 /로 문장을 끊어주자. $\mathrm{P}(\text{주사위 던진 횟수}=1|\text{점수}\geq 5)$인 조건부확률임을 잊지 말자.

5-5. 13학년도 수능 8번
분수나 소수를 다루기 힘들기에 전체 학교 학생 수를 100명으로 두고 문제의 조건에 맞게 표를 그려준다. '1명의 학생이 지각하였을 때,'를 먼저 동그라미 치고 /로 문장을 끊어주자. $\mathrm{P}(\text{등교방법}=\text{버스}|\text{지각})$인 조건부확률임을 잊지 말자.

5-6. 16학년도 수능 A형 26번
문제의 조건에 맞게 표를 그려준다. '한 명이 B 부서에 속해 있을 때,'를 먼저 동그라미 치고 /로 문장을 끊어주자. $\mathrm{P}(\text{여성}|\mathrm{B}\text{부서})$인 조건부확률임을 잊지 말자.

5-7. 15년 10월 교육청 20번
'학생 A와 B가 서로 다른 구역의 좌석을 배정받았을 때,'를 먼저 동그라미 치고 /로 문장을 끊어주자. $\mathrm{P}(\mathrm{C}\text{와 }\mathrm{D}\text{가 같은 구역 같은 열}|\mathrm{A}\text{와 }\mathrm{B}\text{가 다른 구역})$인 조건부확률임을 잊지 말자.

5-8. 18학년도 6월 평가원 17번
'동전의 앞면이 나온 횟수와 뒷면이 나온 횟수가 같을 때,'를 먼저 동그라미 치고 /로 문장을 끊어주자. 조건부확률임을 잊지 말자. 동전의 앞면이 나온 횟수와 뒷면이 나온 횟수가 같을 때, 동전을 던진 횟수는 2번, 4번이 가능하다.

5-9. 17학년도 9월 평가원 12번
'두 수의 곱 ab가 6의 배수일 때,'를 먼저 동그라미 치고 /로 문장을 끊어주자. 조건부확률임을 잊지 말자. ab가 6의 배수인 순서쌍 $(a,\ b)$의 개수를 구할 때 a를 기준으로 case 분류를 하자.

5-10. 08년 7월 교육청 30번

'배가 A항구에서 B항구까지 운항하였을 때'를 먼저 동그라미 치고 /로 문장을 끊어주자. $\mathrm{P}(보조엔진하나이상작동|운항성공)$인 조건부확률임을 잊지 말자. 각 축이 완전히 고장 날 확률은 $0.1 \times 0.1 = 0.01$이므로 각 축이 정상적으로 작동할 확률은 $1 - 0.01 = 0.99$이다.
$\mathrm{P}(보조엔진하나이상작동|운항성공)$은 여사건을 이용하여 $1 - \mathrm{P}(주엔진만작동|운항성공)$로 구할 수 있다.

5-11. 19학년도 수능 나형 18번

'점 A의 y좌표가 처음으로 3이 되었을 때,'를 먼저 동그라미 치고 /로 문장을 끊어주자. 조건부확률임을 잊지 말자. 점 A의 y좌표가 처음으로 3이 되었을 때, x좌표는 0, 1, 2가 가능하다.
점 A의 y좌표가 처음으로 3이 되었을 때 시행을 멈추므로 마지막 시행에서는 반드시 동전의 뒷면이 나와야 한다.